海の研究（Oceanography in Japan），31（4, 5），71－98，2022，doi: 10.5928/kaiyou.31.4-5_71

― 論 文 ―

日本海深層における近慣性周期 Gyroscopic Waveの海底反射*

越後 友利果[1**]・伊藤 海彦[2]・磯田 豊[1]

要 旨

近慣性周期の内部波は，密度成層が弱くなるほど，地球回転ベクトルの水平成分 $\Omega\cos\varphi$（φ は緯度, Ω は自転角速度）の影響が無視できなくなる。特に，日本海深層の底層水（Bottom Water）のように，浮力振動数（N）がほぼ零となる均一流体内に存在できる波は Gyro-scopic Wave（GsW）とも呼ばれる慣性波（inertio wave）に限られる。しかし，これまで GsW の存在を支持する観測的証拠は得られていない。そこで，本研究では GsW を含む内部慣性重力波の線形理論解析を行った。その分散関係からは，南方へエネルギー伝播する近慣性周期の GsW が海底で反射する際，入射波の鉛直低波数から反射波の鉛直高波数へと非対称な伝播経路（Ray path）を示すことがわかった。Polarization relation からは，北半球の場合，反射波の水平流速楕円（真の流速楕円の水平面射影）がほぼ真円の時計回りであるのに対し，入射波の水平流速楕円は時計回りから反時計回りへ遷移する，という興味深い特性も明らかになった。これらの理論的知見と数値モデルを用いた GsW の再現実験を根拠として，我々は海底近傍に設置された係留系の流速記録が示す特徴の中に，GsW の海底反射を示唆する証拠をみつけることができた。

キーワード： 日本海の底層水，近慣性周期の波，Gyroscopic Wave（GsW），
係留系の流速記録，数値モデル実験

1. はじめに

日本海は平均水深が約 1,600 m，日本列島と極東ユーラシアで囲まれた閉鎖性の高い縁辺海であり，150 m 以浅の 4 つの海峡を通してのみ外海と接続している。それゆえ，日本海の中深層水は大洋から完全に孤立し，その水温と塩分の変化レンジは極端に狭く，日本海固有水（Japan Sea Proper Water : JSPW）と呼ばれている。Fig. 1（a）は海底地形図（Fig. 1b）に中抜き白丸で示した SM3903（水深は 3,653 m）において，気象庁が 2003 年 10

＊ 2022 年 2 月 15 日受領 2022 年 8 月 15 日受理

1 北海道大学大学院水産科学研究院
〒 041－8611 函館市港町 3－1－1
2 日本電気株式会社
〒 108－0014 東京都港区芝 5 丁目 7－1
** 連絡著者：越後 友利果
TEL : 090－8270－2636
e-mail : echigo.yurika.s8@elms.hokudai.ac.jp

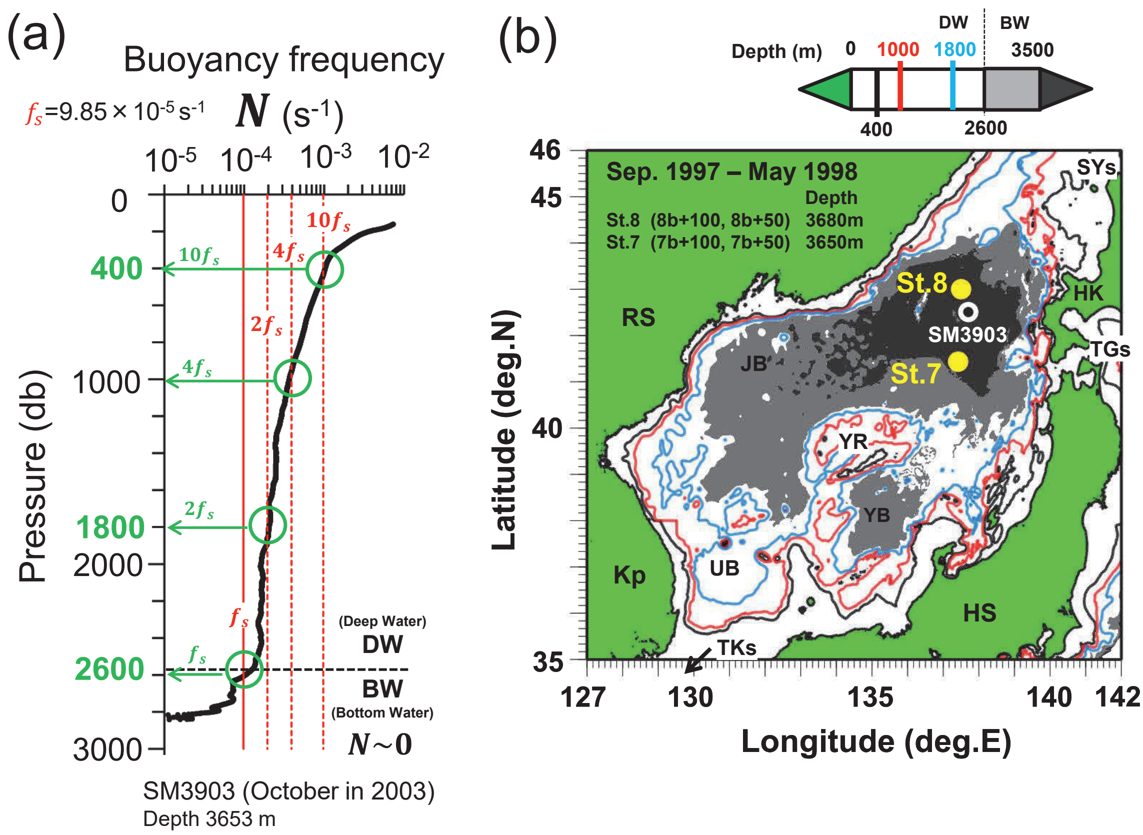

Fig. 1 (a) Vertical profile of buoyancy frequency (N) computed from the potential density (Fig. A1b) observed at SM3903 in October, 2003 by the Japan Meteorological Agency. Its CTD cast down to the bottom is shown by an open white circle in (b). f_s denotes the local inertial frequency. Deep stratification is feeble, especially $N \sim 0$ at the Bottom Water (BW). (b) Bottom topography around the Japan Sea with three isobaths of 400 m (black; $N \sim 10f_s$), 1,000 m (red; $N \sim 4f_s$) and 1,800 m (blue; $N \sim 2f_s$). BW Areas deeper than 2,600 m ($N \sim f_s$) and 3,500 m are highlighted by gray and black, respectively. Closed yellow circles of St.8 and St.7 show the sites of mooring in September 1997 and May 1998 by the Japan Coast Guard. Locations of the Japan Basin (JB), Yamato Basin (YB), Yamato Risc (YR), Ullecung Basin (UB), Tsushima/Korean Strait (TKs), Soya Strait (Sys), Hokkaido (HK), Honshu (HS), Korean peninsula (Kp) and Russia (RS) are shown.

月に実施したCTD（Conductivity-Temperature-Depth）によるポテンシャル水温・塩分データを用いて計算した浮力振動数Nの鉛直プロファイル（観測深度は3,648 dbまで）である。なお，付録Aにおいて，SM3903が日本海盆を代表する観測点であること，この鉛直プロファイルの計算方法及び2,600 db以深の鉛直均一なポテンシャル水温を根拠に，$N \sim 0$が推測されることを示した。図中の赤縦線は，観測緯度$\varphi = 42.5°$Nのコリオリパラメータの鉛直成分$f_s = 2\Omega \sin\varphi = 9.85 \times 10^{-5}\,s^{-1}$（$\Omega$は地球の自転角速度，慣性周期は約17.7時間）を指標として，f_s・$2f_s$・$4f_s$・$10f_s$となる成層強度（N）の値である。400 db以深のJSPWは$N < 10f_s$で成層が非常に弱く，特に，2,600～2,800 db以深は密度が鉛直的にほぼ均一な$N \sim 0$となり，底層水（Bottom Water: BW）と呼ばれている（Gamo and Horibe, 1983）。SM3903の場合，BWの厚さは1,000 m近くにもなり，このような底層の密度均一水の形成は，日本海で高い値をもつ地殻熱流量による海底加熱が原因と考えられている（例えば，Park *et al.*, 2013；Matsuno *et al.*, 2015；荘司ほか, 2015；植田・磯田, 2022）。Fig. 1（b）の海底地形図に示した等深線は，$N\sim$

$2f_s$ となる水深 1,800 db を青実線，$N \sim 4f_s$ となる水深 1,000 db を赤実線，$N \sim 10f_s$ となる水深 400 db を黒実線で示し，本論の研究対象である BW が存在する 2,600 db 以深（$N \sim f_s$）の広範囲な領域を灰色（濃い灰色は 3,500 db 以深）で強調した。

重力方向と回転軸が平行な場合で $f_s < N$ の成層条件のとき，回転系の線形内部波（内部慣性重力波）が存在できる周波数 σ は，$f_s < \sigma < N$ の範囲に制限される（Gill, 1982）。よって，Fig. 1（a）のような弱成層状態にある日本海中深層域において，上方から下方へ伝播する内部波は $N = f_s$（深度 2,600 db 付近）がボトルネックとなり，それ以深には侵入できない。さらに，それ以深の BW 内部では，復元力の浮力が働かず，内部波自体が存在できない。しかし，この初等的な考察に反し，日本海の係留系流速観測結果からは，BW 内を含む深層域で最も卓越した流速変動は近慣性周期帯にあることが報告されている（例えば，Takematsu *et al.*, 1999a, b；Mori *et al.*, 2005；Senjyu *et al.*, 2005）。

BW 内で近慣性周期の流速変動が卓越できる物理的な理由を提示した既往の研究には二つある。一つは Watanabe and Hibiya（2018）により提示された，表層の密度躍層に捕捉された回転系長波の内部波としての解釈である。彼らは冬季日本海の風強制で駆動される静水圧近似の多層 MITgcm（Massachusetts Institute of Technology general circulation model）のモデル結果が，表層密度躍層を内部境界面とした回転系 2 層モデルでも良く再現できることから，BW 内の近慣性周期の流速変動は Evanescent な近慣性応答と考えている。もう一つは伊藤ほか（2019）により提示され，コリオリパラメータの水平成分（または地球回転ベクトルの水平成分）$f_c = 2\Omega \cos\varphi$ を考慮すれば，$N \sim 0$ となる BW 内でも存在できる Gyro-scopic Wave（慣性波の一種であり，以下，GsW と略す）を想定した解釈である。この GsW の名称は，LeBlond and Mysak（1978）の海洋物理学の教科書で初めて登場した。しかし，この f_c 成分を考慮した研究は世界的にも少なく，理論解析では Gerkema and Shrira（2005）のレビュー論文，大気現象では対流圏界面付近の慣性重力波に対する f_c の効果について，線形理論（ただし，$f_s < N$ の弱成層条件）とラジオゾンデ資料解析から検討した Yasuda and Sato（2013），海洋観測では係留流速観測により西部地中海の $N \sim 0$ 領域に GsW の存在を示唆した Haren and Millot（2004）があるにすぎない。

紹介した二つの解釈は，いずれも数値モデル結果や線形理論をもとにした可能性の提示に留まり，現実の観測データを基に検証した研究ではない。そこで，本論の 2 節では海上保安庁によって一年弱の期間，$N \sim 0$ の BW 内に係留された 2 地点 2 層の流速資料を解析し，近慣性周期変動の経時変化が示す流速楕円の回転方向や楕円形状，上下層の位相差等の特徴を整理した。そして 4 節の日本海深層域を模した数値実験では，その特徴が後者の GsW の海底反射として説明されることを示す。しかし，一般的な海洋物理学の教科書において，コリオリパラメータの水平成分 f_c を考慮した波動理論はほとんど紹介されていない。それゆえ，両節の間の 3 節において，f_s と f_c の両成分を考慮した線形理論を独自に展開し，本実験の考察に用いた内部慣性重力波（GsW を含む）の周波数存在範囲，近慣性波の入射波と反射波で異なる非対称な伝播経路（Ray path），さらに成層に応じた流速楕円（水平面射影）の形状変化を導出する。

2. BW 内の海底近傍における近慣性流速変動

2.1. 解析流速資料

解析した流速資料は，JODC（Japan Ocean Data Center）のWeb site（https://www.jodc. go.jp/jodcweb/JDOSS/index_j.htm）に登録されている流速データの中で，流速計の設置水深が日本海の BW 内（2,600 m 以深）にあるものを選択した。この条件を満たす同じ観測期間の流速資料には，Fig. 1（b）に黄色丸印で示した 2 地点があった。両地点の流速資料は，日本海における人工放射性核種の 3 次元分布とその動態調査のために，海上保安庁によって計測された 1997 年 9 月 13 日 15 時から 1998 年 5 月 9 日 15 時までの毎時データである（福島・小嶋, 2011）。よって，測点番号はその動態調査の番号を使用し，水深 3,650 m の北緯 41 度 26.7 分，東経 137 度 25.7 分にある測点を St.7，水深 3,680 m の北緯 43 度 00.4 分，東経 137 度 30.8 分にある測点を St.8 とする。係留系は海底からの立ち上げ方式で，上から浮体，2 台 2 層の流速計（アーンデラ社 RCM-8），切り離し装置，シンカーで構成され，

観測層は両地点ともに海底上50 m と100 m の2層である。よって，各測点2層の計4つの流速データの解析となり，本論では各データを区別するため，例えば，St.7の海底（bottom）上50 m のデータは「7b＋50」（同様に，7b＋100，8b＋100，8b＋50）と表記する。

2.2. 近慣性周期変動の抽出方法

本節では St.8b＋50の流速データを用いて，BW 内では近慣性周期が卓越していること，その周期帯の変動を抽出する方法について説明する。Fig. 2（a）は流速記録の東西成分 u と南北成分 v の生時系列である。この時系列の中で比較的振幅が大きかった期間を含む，11月2日23時から4月22日14時までの4,096個（時間）のデータを用いて計算した回転スペクトル（FFT 法）が Fig. 3（a）である。時計回り（反時計回り）の回転成分を青（赤）実線で表示し，St.8の観測緯度における慣性周波数 f_S（$=9.92\times10^{-5}\ \mathrm{s}^{-1}$）とその2倍と3倍の周波数，潮汐の主要4大分潮である K1・O1・M2・S2（～2Ω：Ω は地球の角速度）の各周波数を緑縦線で示した。St.8b＋50で最も卓越している変動は周波数 $1.005f_S$ の近慣性周期であり，その周期帯との非線形相互作用を示唆する $2f_S$ や $3f_S$ の周波数付近にも小さなピークがみられる。日本海の潮汐は小さいことが知られており，確かに，4大分潮付近にはピークがみられない。一般に，近慣性周期変動では，円形の流速楕円となる水平振動流が支配的となる場合が多く，北半球では時計回り成分が極端に卓越する。ところが，St.8b＋50の近慣性周期では反時計回り成分にも時計回り成分と同程度のピークがみられ，これは流速楕円が扁平型となっていることを示す。ここでは示さないが，St.8b＋100の卓越周波数も同じ $1.005f_S$，St.7の両層の卓越周波数はともに $1.024f_S$（ただし，$f_S=9.63\times10^{-5}\ \mathrm{s}^{-1}$）であり，いずれも扁平した慣性周期の流速楕円を示唆するスペクトル解析結果を示した。

卓越した近慣性周期の変動を抽出するために，本研究では HAB（Harmonic Analysis Band-pass）法を使用した（黒田ほか，2003）。HAB 法とは移動平均と同様，時間方向にある解析幅 L を移動させながら，最小二乗法による調和解析（振幅と位相）を使って任意の周期変動を抽出するバンドパス法である。本解析では近慣性周期の変動を抽出することが目的なので，抽出する中心周期を $T=18$ 時間（St.7とSt.8の慣性周期，18.13時間と17.60時間のほぼ中間値），調和解析幅を $L=37$ 時間に設定し，この設定値の周波数応答関数（Response function）を Fig. 3（b）に示した。これをみると，周期18時間近傍の変動振幅をほとんど減少させずに抽出できることがわかる。K1・O1の応答関数は約0.5となり，変動の振幅の半分程度が残ってしまうが，実際には日周潮変動は卓越していない（Fig. 3a を参照）ため，抽出されるデータへの影響は小さい。M2・S2及び $2f_S$・$3f_S$ の応答関数はほぼ零である。この HAB 法によりバンドパスされた慣性周期変動の各流速成分の時系列を Fig. 2（b）に示した。上

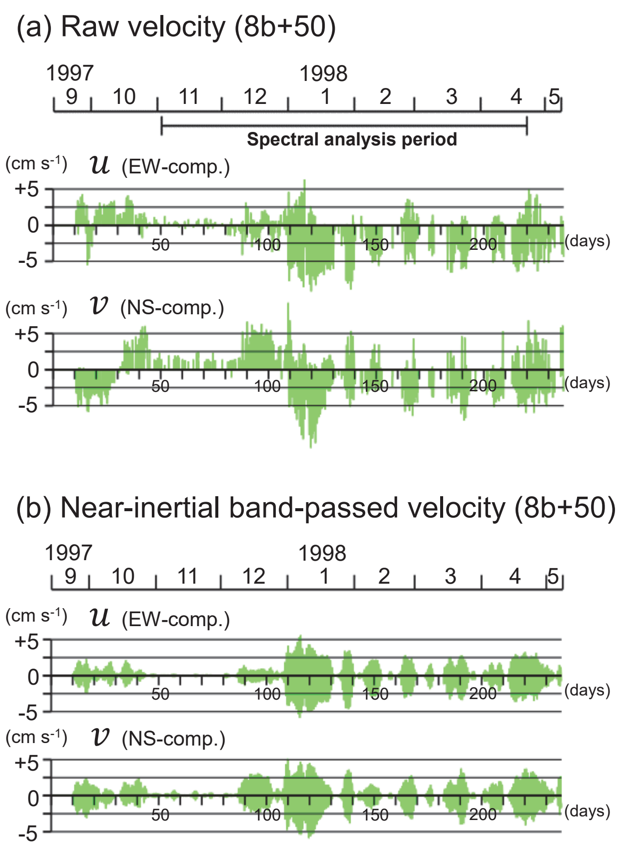

Fig. 2 (a) Time series of raw velocity for EW and NS components (u,v) of 8b+50, whose notation means the data of 50 m high above the sea bottom at the mooring site of St. 8. (b) Same as (a), but for “near-inertial” band-passed velocity using the Harmonic Analysis Band-pass (HAB) filter shown in Fig. 3b (Kuroda *et al.*, 2003).

段の生データ（Fig. 2a）にみられた周期変動のほとんどはバンドパス時系列に残っており，これからも近慣性周期の変動の卓越が確認される。

2.3.　近慣性周期変動のバンドパス時系列

HAB 法はバンドパスされた時系列（Fig. 2b）と同時

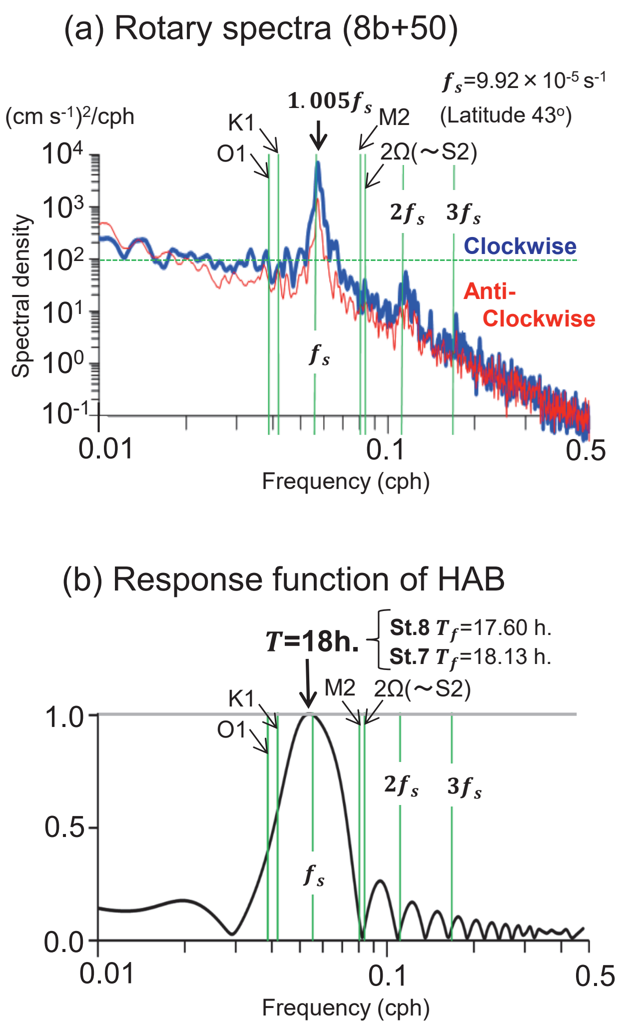

Fig. 3　(a) Rotary frequency spectra for horizontal current of 8b+50 (November, 2, 1997 to April, 22, 1998). Blue and red lines represent the components of clockwise and anti-clockwise rotation respectively. Symbols of K1, O1, M2, and S2 are four major tidal constituents. (b) Response function to frequency by the HAB method used for the near-inertial variation with 18-hour period.

に，東西・南北の両成分毎の調和定数（振幅と位相）の時系列データも得られる。すなわち，東西と南北の両流速成分をそれぞれ u, v とすると，調和解析結果の振幅値 u_a, v_a と位相 α_u, α_v から，近慣性周期変動の流速楕円の経時変化を描くことができる。そこで，b＋50 は赤色表示，b＋100 は青色表示とし，St.8 は Fig. 4 に，St.7 は Fig. 5 において，両図の（a）に振幅値 $\sqrt{u_a^2+v_a^2}$ の時系列を示した。これらの振幅変化をみると，緑縦線を境界として St.8 は A～G 記号の 11 期間の擾乱，St.7 は A～F 記号の 8 期間の擾乱に区分することができる。各区分の変化具合を連続した流速楕円として表示したものが，バンドパス時系列データを用いて作成した（b）のホドグラフである。両図の（c）は b＋100 の位相から b＋50 の位相を差し引いた位相差 $\Delta\alpha$ の時系列である。なお，上下層のどちらかの振幅値が 1 cm s^{-1}（流速計の測定限界）以下の場合は，$\Delta\alpha$ 値の信頼性が低いと考え，1 cm s^{-1} 以下の場合は×印，それ以上の場合は黒丸印として区別した。

St.8 と St.7 の両方に共通した特徴は，次の①～④にまとめられる。両図の（a）から①海底に近い b＋50（赤色表示）の振幅値が b＋100（青色表示）よりも大きい傾向を示し，②その振幅値の経時変化の定性的な様子は両層でよく似ていることがわかる。この特徴②は同地点の両層では近慣性周期変動を発生させた同じ擾乱を捉えていること，海底に近いほど大振幅となる特徴①は，両層間の振幅差や位相差（後述）を海底エクマン境界層内の変化では説明できないことを示す。現実の海底エクマン境界層の厚さは，50 m 以内の数 10 m 程度と推測される。ここでは楕円率（長軸と短軸の振幅比で，正値は反時計回り）の経時変化図は示さないが，振幅の大きな b＋50 は b＋100 に比べて楕円率は－1（真円の時計回り）に近く，b＋100 の楕円率は 0～－0.5 の範囲にある場合が多い。それゆえ，両図のホドグラフ（b）をみても，③ b＋100（青色表示）の方が b＋50（赤色表示）よりも扁平な楕円形状を示している。これは回転スペクトル解析の結果とも矛盾しない。両図の（c）から，④振幅値が 1 cm s^{-1} 以上の時期の位相差 $\Delta\alpha$（黒丸印）をみると，b＋100（上方）が b＋50（下方）よりも常に先行し，上下層間の深度差がわずか 50 m にもかかわらず，St.8 は＋側の 0°～90° の範囲，St.7 も＋側の 0°～40° の範囲となる位相差を示

している。これは，水平流速が逆位相（180°）となる鉛直スケールが数 100 m 以内にあり，鉛直高波数の近慣性流（近慣性周期の鉛直シアー流）を推測させる。

また，St.8 と St.7 の振幅値の経時変化の様子は似ておらず（両図の（a）を比較），少なくとも，南北方向に約 170 km 離れた両地点は同じ擾乱を同時には捉えていない。それゆえ，ここでは地点毎に，St.8 は 11 区分（Fig. 4），St.7 は 8 区分（Fig. 5）の近慣性周期変動の差異について記述する。St.8 で最も振幅の大きかった区分 E の時期，b＋50 の流速楕円は円形に近いものの，b＋100 は北東–南西方向に長軸をもった楕円形である。振幅が比較的大きく，同様な楕円形状は区分 A と G にもみられる。区分 B と D は b＋50 と b＋100 がほぼ同振幅の時期であり，両層ともに扁平が大きな流速楕円（楕円率は－0.5 付近）であり，長軸方向のバラツキも大きい。区分 C は全体的に振幅が小さいものの，唯一，b＋50 の振幅が b＋100 よりも小さい時期である。この時期の振幅値は 0 近傍にあるため，信頼性は低いものの，反時計回りの近慣性流も存在している。区分 F1 ～ F5 は連続して 5 回程度出現した擾乱であり，b＋100 の振幅が極端に小さく，約半月周期で楕円形状の近慣性流（楕円率は－0.5 ～－1.0）が b＋50 のみで卓越している。St.7 は St.8 のように異なる特徴を有する擾乱区分ではなく，共通した特徴として提示した特徴①～③が，半月から一か月の間隔で繰り返されているようにみえる。

3. f_S と f_C の両成分を考慮した内部慣性重力波の線形理論

3.1. 「非慣習的な f 平面」で記述される波動伝播の特異性

地球回転系の成層流体では，鉛直方向の運動方程式におけるコリオリパラメータの水平成分項（(A3b) 式の左辺第 2 項，以下，f_C 項）が浮力項（(A3b) 式の右辺第 1 項）に比べて十分に小さいと考えられており，一般の教科書では慣習的に $f_C = 0$ と仮定されることが多い。よっ

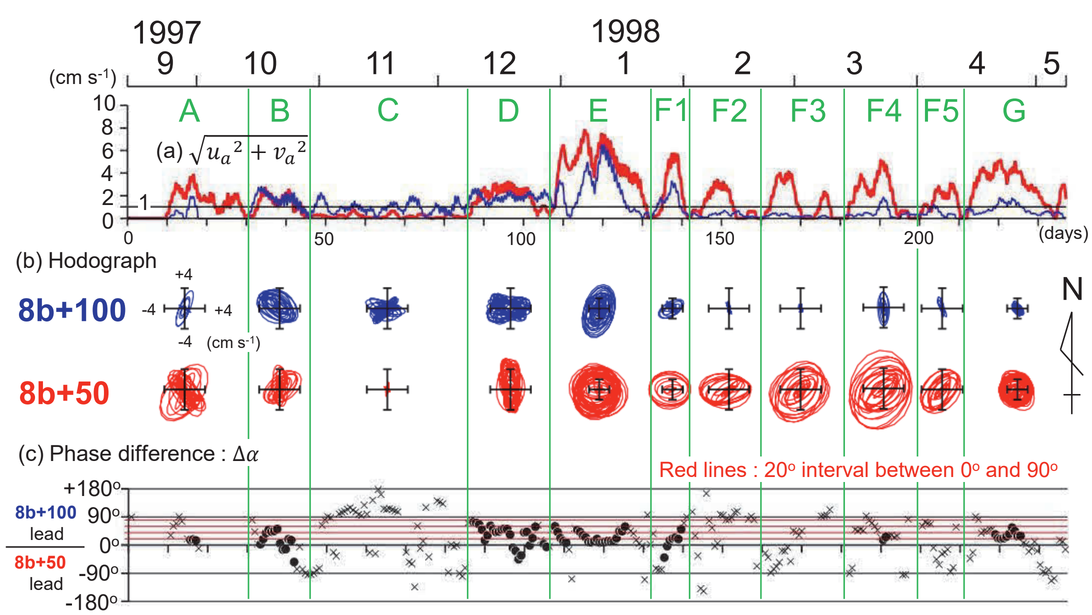

Fig. 4 Time series for the “near-inertial” band-passed currents of 8b+100 (red) and 8b+50 (blue); (a) amplitude and (c) phase difference $\Delta\alpha$ between both sites (black). Values with a cross mark in (c) mean that the corresponding amplitude is less than 1 cm s^{-1}, and thus its reliability is somewhat low. For convenience, the disturbances of near-inertial variation are divided into 11 periods from A to G. (b) Hodograph of the “near-inertial” band-passed currents at each site for every 11 periods.

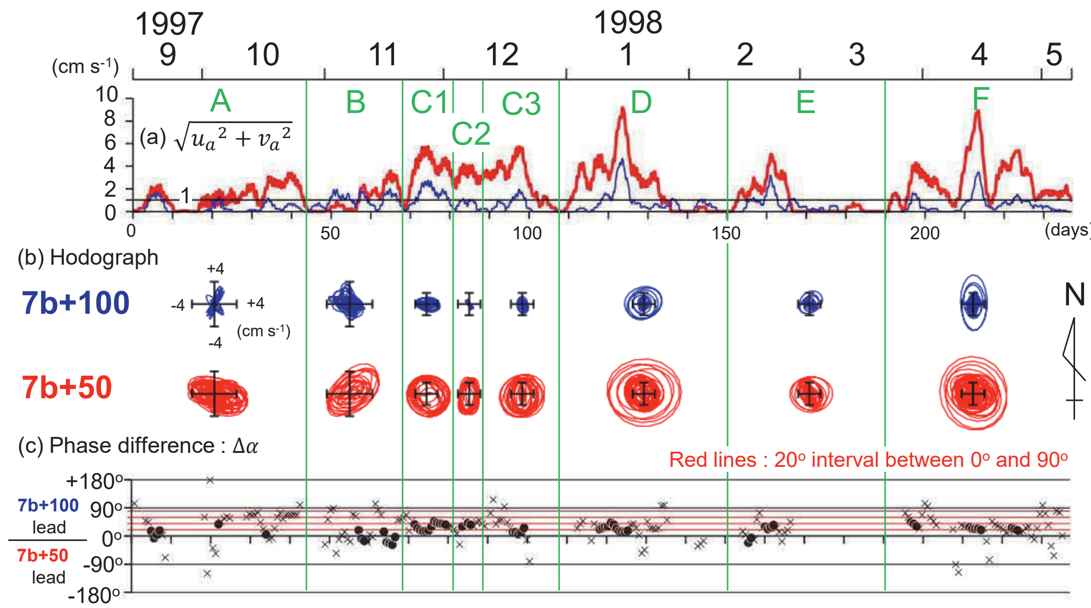

Fig. 5 Same as Fig. 4, but for the sites of 7b+100 and 7b+50, the disturbances are divided into 8 periods from A to F.

て，この $f_c=0$ の仮定は「慣習的な近似（Traditional approximation）」とも呼ばれる。ところが，均一流体（弱成層流体）内では浮力項が零（極微）となるので，f_c 項は小さくとも無視できなくなる。Gerkema and Shrira（2005）は基礎方程式の段階で，$f_c=0$ を仮定した座標系のことを「慣習的な f 平面（Traditional f-plane）」と呼ぶことで，その仮定をしない座標系を「非慣習的な f 平面（Non-traditional f-plane）」とした。

本節では「非慣習的な f 平面」の波が特異な伝播になることを理解するために，座標軸に対する波動伝播面（波数 k と群速度 Cg の方向）のポンチ絵を Fig. 6 に描いた。まず，$f_c=0$ を仮定した「慣習的な f 平面」では成層の有無に関わらず，重力加速度 g の方向である鉛直 z 軸と $\Omega\sin\varphi$ の回転軸は一致する。ところが，日本海で $N\sim0$ となる BW のように，中緯度で $N=0$ となる均一流体内（浮力は零）の「非慣習的な f 平面」では，緯度 φ の鉛直 z 軸と北極向きの回転軸（自転軸）Ω は交差する（Fig. 6a）。この回転軸を図中の yz 座標系で表現するためには，f_c と f_s の両方を考慮しなければならない。すなわち，$f_c\neq0$ で $N=0$ の慣性波（Inertio wave）を記述しようとすれば，北極方向に斜めに傾いた波動伝播面を扱うことになり，これが Gyroscopic な波（GsW）と呼ばれる所以である。慣習・非慣習に依らず，回転系の成層場（$N\neq0$）に存在する波動は，内部慣性重力波（Internal inertio gravity wave）と呼ばれる。「非慣習的な f 平面」の内部慣性重力波の場合，重力方向と回転軸（自転軸）が斜めに交差した 2 つの復元力（浮力とコリオリ力）に支配されるため，3.2 節以降で議論するように，その伝播特性は特異なものとなる（Fig. 6b）。なお，緯度 $\varphi=90°$ の北極点や任意の緯度でも真に東西伝播であれば，鉛直 z 軸と回転軸が一致するようになり，f_c 項が消えることで「慣習的な f 平面」で記述される内部慣性重力波（もしくは慣性波）の解へ漸近する。

3.2. 波の分散関係と周波数存在範囲

波数ベクトルの水平伝播方向を東方向から反時計回りに角度 θ（$\theta=0°$ は西方伝播，$\theta=90°$ は南方伝播）として，任意の方位角度 θ へ伝播する水平波数を K_H，鉛直波数を m，周波数を σ とすると，$f_s\cdot f_c$ の両成分を考慮した内部慣性重力波の分散関係式は次式となる（導出方法は付録 B を参照）。

$$\sigma^2=\frac{(f_s m+f_c K_H \sin\theta)^2+N^2 K_H^2}{K_H^2+m^2} \qquad (1)$$

この（1）式において，$\theta=0°$ または 180° の東西伝播を仮定した分散関係式は

$$\sigma^2=\frac{f_s^2 m^2+N^2 K_H^2}{K_H^2+m^2} \qquad (2)$$

となり，真に東西伝播する場合のみ f_c 項が消え，最初から $f_c=0$ を仮定した「慣習的な f 平面」の波と同じ分散関係式になる。また，（1）式で $N=0$ の非成層流体を仮定すると

$$\sigma^2=\frac{(f_s m+f_c K_H \sin\theta)^2}{K_H^2+m^2} \qquad (3)$$

となり，これが日本海の BW 内に存在し得る GsW の分散関係式である。

伊藤ほか（2019）は（1）式を水平と鉛直の波数比 K_H/m の 2 次方程式（付録 D の（A17）式）とみなし，波動解（（A18）式）の実数解が存在する（判別式が正）という条件のもと，解の存在範囲として最小周波数 σ_{min} と最大周波数 σ_{max} を求めた。彼らが提示した解を引用し下記に示す。

$$\sigma_{min}=\left(\frac{1}{2}\left((f_s^2+f_c^2\sin^2\theta+N^2)-\left((f_s^2+f_c^2\sin^2\theta+N^2)^2-(2f_sN)^2\right)^{\frac{1}{2}}\right)\right)^{\frac{1}{2}} \qquad (4)$$

$$\sigma_{max}=\left(\frac{1}{2}\left((f_s^2+f_c^2\sin^2\theta+N^2)+\left((f_s^2+f_c^2\sin^2\theta+N^2)^2-(2f_sN)^2\right)^{\frac{1}{2}}\right)\right)^{\frac{1}{2}} \qquad (5)$$

σ_{min} と σ_{max} の間が波動解の周波数存在範囲である。ここでは北緯 42 度（St. 8 と St. 7 の中間緯度），$\theta=0°$（または 180°）の東西伝播（青線），$\theta=90°$ の南方伝播（赤線），$\theta=45°$（または 135°）の南東–北西または南西–北東

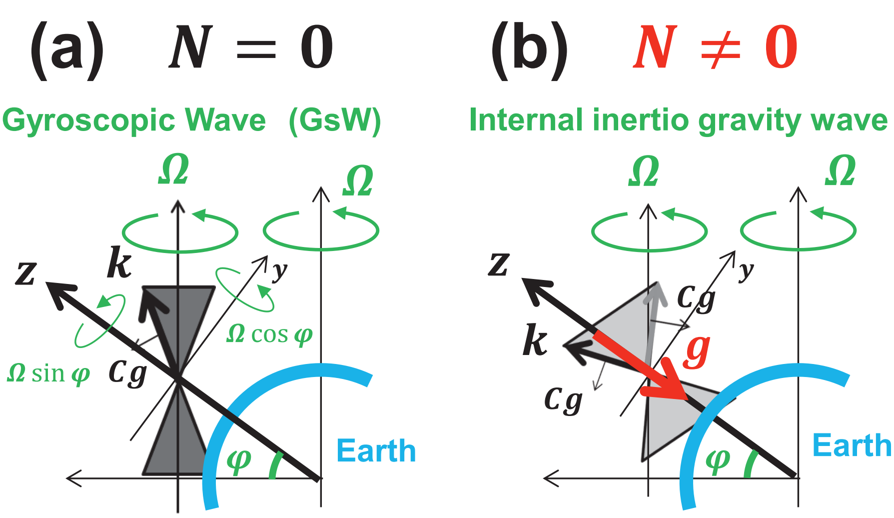

Fig. 6 Schematic illustration of different propagation surfaces for two wave types at any frequency; (a) inertio wave for $N=0$, i.e., Gyroscopic Wave (GsW), and (b) internal inertio gravity wave for $N\neq 0$. For these waves, the surfaces of constant frequency in wavenumber space (k, l, m) are cones as illustrated. The group velocity Cg is a direction perpendicular to the cone with a wavenumber k. The Vertical rotation axis of $\Omega\sin\varphi$ (φ and Ω denote the latitude and the Earth's rotational vector, respectively) consists with vertical axis of z in the direction of $-g$ (g is gravity acceleration). However, in weak stratification, the horizontal component of the Earth's rotation $\Omega\cos\varphi$ plays a crucial role in generating inertio gravity. The combined effect of both $\Omega\sin\varphi$ ($=f_s/2$) and $\Omega\cos\varphi$ ($=f_c/2$) is called the "non-traditional" effect for internal inertio gravity waves.

伝播（桃色）の3つの水平伝播方向を想定し，Fig. 7（b）の縦軸に成層強度 $N=0$〜$4f_s$，横軸に $\sigma_{min}(N)$ と $\sigma_{max}(N)$ の周波数を表示した。図中上段にある白抜きの下向き矢印は，観測のスペクトル解析から得られた近慣性波の周波数（$\sigma=1.005$〜$1.024f_s$）である。他の緑縦線は，Fig. 3（a）にも表示した近慣性周波数の倍潮（$2f_s$・$3f_s$），主要4大分潮（K1・O1・M2・S2），そして 2Ω である。比較のため，$f_c=0$ とした「慣習的な f 平面」における同図を Fig. 7（a）に示すが，水平伝播方向 θ による相違は全くない。これは慣習的な近似における f 平面本来の性質である。

Fig. 7（a）の灰色領域は「慣習的な f 平面」における波（$f_c=0$）の周波数存在範囲である $f_s<\sigma<N$（ただし，$N<f_s$ の弱成層では $N<\sigma<f_s$）を示し，その境界線は Fig. 7（b）の青線で表示した「非慣習的な f 平面」の東西伝播（$\theta=0°$）解と一致する。東西伝播する波に対しては，下方へエネルギー伝播する波（下向き矢印表示）にとって $N=f_s$ がボトルネックとなるため通過できず，近慣性波は勿論のこと，$f_s<\sigma$ の波は全て $N=0$ の BW 内へ侵入できない。山内ほか（2015）は，この $N=f_s$ では鉛直方向の浮力振動流と水平方向の慣性振動流が合体した振動解（fN 振動）を提示している（Fig. 7a の中抜き赤丸印）。ところが，東西伝播以外の波（$f_c\neq 0$）では南方伝播に近づくほど（$\theta\to 90°$），$N=f_s$ のボトルネックが大きく開く。そして南方伝播（$\theta=90°$）では近慣性波を含め，$f_s<\sigma<2\Omega$ の波の BW 内への侵入が可能となる。また，$\theta=90°$ の BW 内（$N=0$）では，理論上，周波数 $\sigma=0$〜2Ω の GsW が存在可能である。

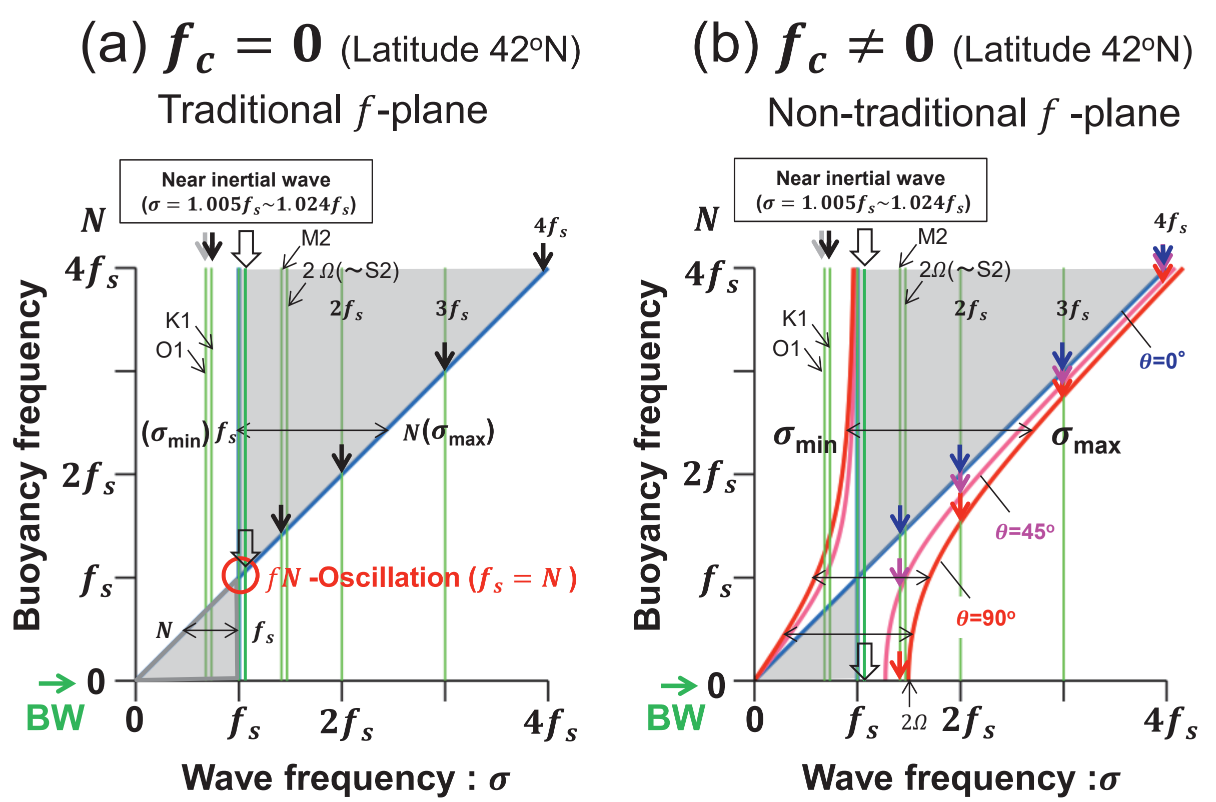

Fig. 7 (a) Maximum and minimum values of wave frequency (σ_{max}, σ_{min}) as a function of buoyancy frequency N from 0 to $4f_s$ in the traditional f-plane ($f_c=0$). (b) The same as (a), but for the non-traditional f-plane ($f_c\neq 0$) in the propagation angles of $\theta=90°$ (red; southward propagation), $\theta=45°$ (pink), and $\theta=0°$ (blue; westward propagation). The shaded area in (a) shows the frequency domain of waves in the traditional f-plane, which is exactly the same as the domain of $\theta=0°$ in the non-traditional f-plane.

3.3. 近慣性波のエネルギー伝播経路

前節で議論した周波数存在範囲（Fig. 7）では，上方から入射した波が $N=0$ の BW 内へ侵入可能か否かは判断できるものの，どのような経路で入射し，BW 内の海底でどのように反射しているのかはわからない。そのようなエネルギー伝播経路（Ray path）は，（1）式の分散関係式から群速度を計算し，その方向を示す特性曲線から知ることができる。その曲線を描くために，観測された日本海の浮力振動数（N）の鉛直プロファイル（Fig. 1a）を模して，1,000 m 以深の浮力振動数（N）を理想的に指数関数で減少させ，2,600 m 以深で $N=0$ を設定した（Fig. 8a）。そして，この浮力振動数（N）を海底（深度3,000 m）の密度 27.348 kg m^{-3} から鉛直積分し，日本海深層域 JSPW を模した密度成層（Fig. 8b）を得た。水平と鉛直方向の群速度 Cg_h と Cg_v は（1）式の両辺の平方根をとり，水平波数 K_H と鉛直波数 m で両辺をそれぞれ偏微分することで，以下のように得られる。

$$Cg_h=\frac{\partial\sigma}{\partial K_H}=-m(K_H^2+m^2)^{-\frac{3}{2}}\{(f_s m+f_c K_H\sin\theta)^2+N^2K_H^2\}^{-\frac{1}{2}}\times\{(f_s^2-f_c^3\sin^2\theta-N^2)K_H m+(K_H^2-m^2)f_s f_c\sin\theta\} \tag{6}$$

$$Cg_v=\frac{\partial\sigma}{\partial m}=K_H(K_H^2+m^2)^{-\frac{3}{2}}\{(f_s m+f_c K_H\sin\theta)^2+N^2K_H^2\}^{-\frac{1}{2}}\times\{(f_s^2-f_c^3\sin^2\theta-N^2)K_H m+(K_H^2-m^2)f_s f_c\sin\theta\} \tag{7}$$

まず，両群速度の相違は $-m$ と K_H だけなので，群速度

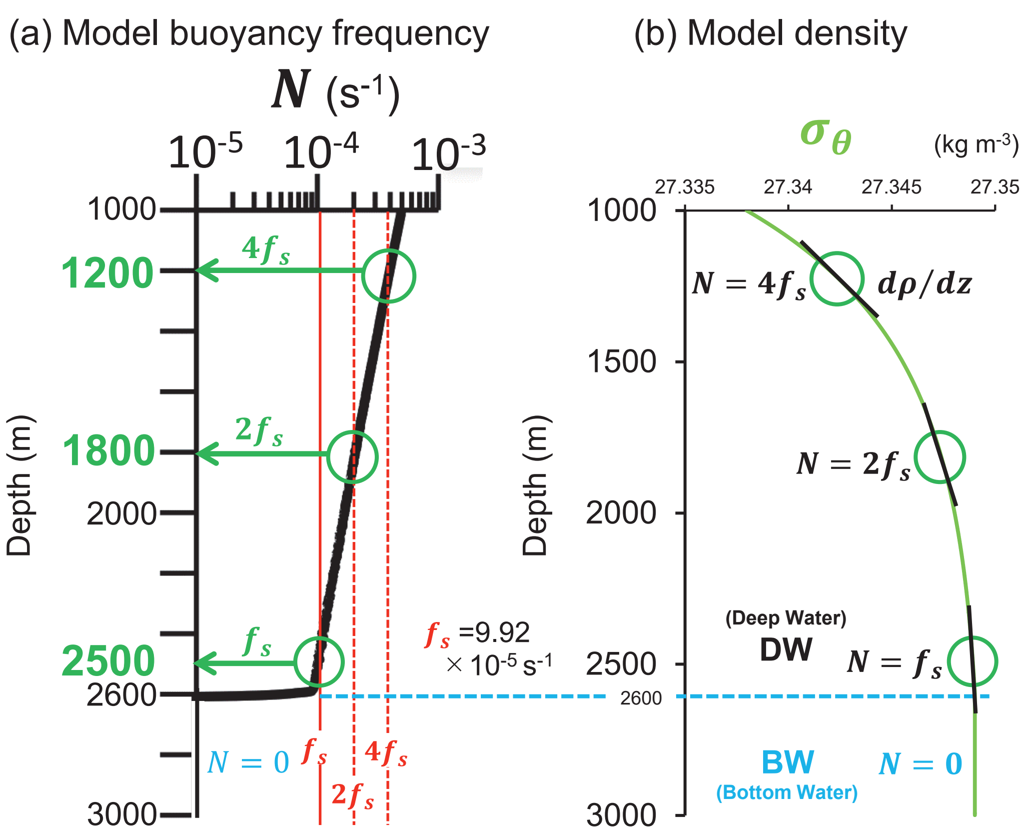

Fig. 8 (a) Vertical profile of model buoyancy frequency (N), which is a simplification of the observed N in Fig. 1a. BW deeper than 2,600 m has completely $N=0$. (b) Vertical profile of model density (σ_θ) obtained by vertically integrating modeled N in (a), which is used to compute the ray paths in Fig. 9 and to set the initial conditions for the vertical two-dimensional model experiment.

と波数の内積は $Cg_h K_H + Cg_v m = 0$ となり，$N=0$ の GsW も含め，波数ベクトルと群速度ベクトルの直交性が確認される。次に，北緯 42 度を想定して $f_s = 0.976 \times 10^{-4}\ \mathrm{s}^{-1}$，$f_c = 1.084 \times 10^{-4}\ \mathrm{s}^{-1}$ とし，近慣性波の周波数を $\sigma = 1.01 f_s$ で代表させ，波の水平伝播方向 θ が 10° 毎の Ray path を Fig. 9（a）に表示した。青線で表示した西方伝播（$\theta = 0°$）に限り，入射波はボトルネックとなる $N = f_s$ 以深には侵入できず，$N = 1.01 f_s$ となる深度で反射する。それ以外の入射波は全て $N=0$ の BW 内まで侵入でき，海底面で反射することができる。さらに，方位角度が西方から少しずれた $\theta = 10°$（Fig. 9a の緑色）であっても，入射波と反射波の Ray path の非対称性が大きく，入射波は急な角度で海底に達するのに対し，反射波は非常に緩やかな角度で海底を離脱するため，BW 内に長期間存在できることがわかる。言い換えれば，南方側へ伝播する近慣性周期の GsW が海底で反射する際，入射波の鉛直低波数から反射波の鉛直高波数への変換が生じる。

異なる周波数の種々の波（$\sigma = 1.01 f_s$, $1.2 f_s$, $1.4 f_s$, 2Ω, $2 f_s$, $3 f_s$, $4 f_s$ を選択）による Ray path の相違は，南方伝播（$\theta = 90°$）と西方伝播（$\theta = 0°$）を代表例として，Fig. 9 の（b）と（c）に示した。西方伝播（Fig. 9c）は「慣習的な f 平面」の波と同じ分散関係を示すので，周波数と同じ成層強度 N となる深度で反射し，入射波と反射波は線対称の Ray path となる。一方，南方伝播（Fig. 9b）は周波数と同じ成層強度 N となる深度よりも深く侵入でき，入射波と反射波の Ray path には非対称性があり，周波数 $\sigma \leq 2\Omega$ の入射波から海底への到達が可能となっている。

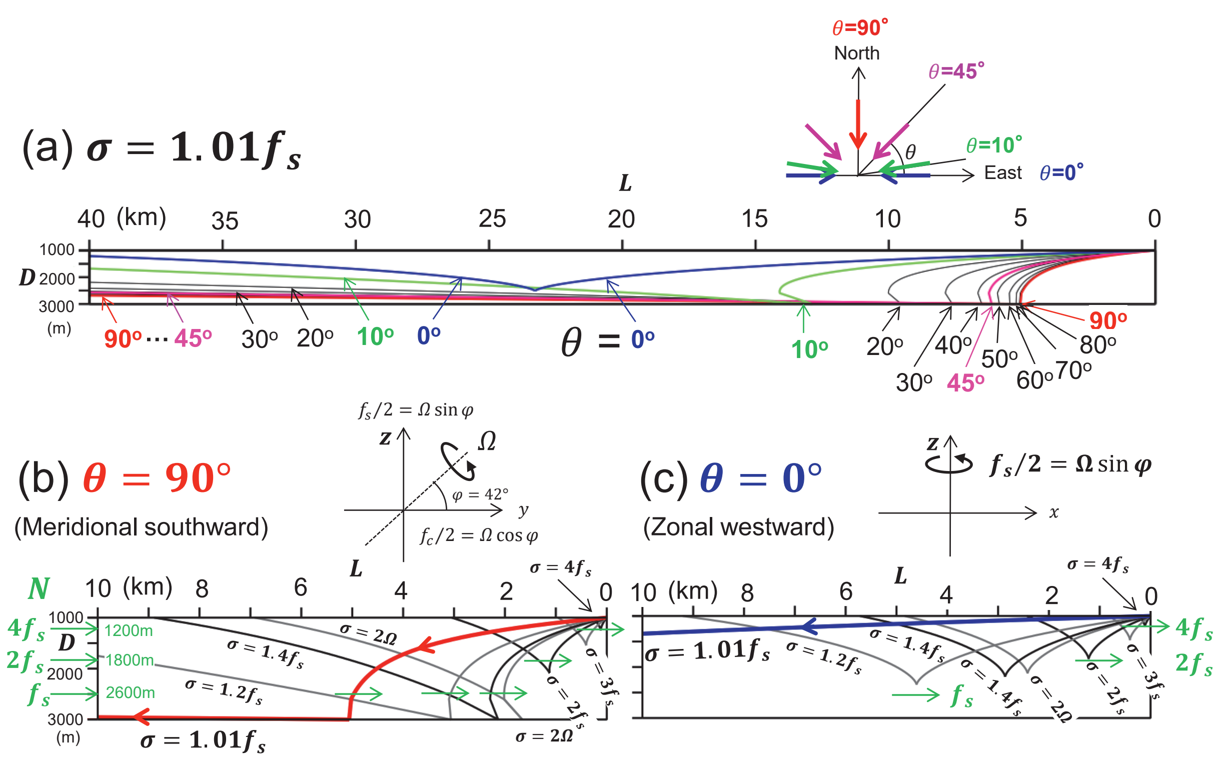

Fig. 9 Ray paths for a wave whose properties vary with vertical coordinate z under the model stratification in Fig. 8. The paths are those that would be followed by a particle traveling at the local group velocity $Cg = (Cg_h, Cg_v)$, as shown in Fig. 10. As initial conditions, wave packets are situated at $L = 0$ km at 1,000 m depth. (a) Case showing the incident/reflected near-inertial waves ($\sigma = 1.01 f_s$) for various propagation angles from 0° to 90°. Cases of (b) and (c) are the same as (a), but for the meridional southward propagation ($\theta = 90°$) and the westward propagation ($\theta = 0°$) at different frequencies from $1.01 f_s$ to $4 f_s$, respectively.

3.4. K_H-m 波数空間における波の周波数分布

成層強度は $N=0$, f_s, $1.1f_s$, $2f_s$, $4f_s$ の5ケース，水平伝播方向 θ は 90°, 45°, 10°, 0° の4ケース（a〜d）を選択し，計20ケースにおいて縦軸が鉛直波数 m，横軸が水平波数 K_H の周波数分布を Fig. 10（Ray path と同じ北緯42度を想定）に示した。周波数の色分けは f_s 値より高周波数側（Super-inertial 領域）を赤色濃淡，低周波数側（Sub-inertial 領域）を青色濃淡で表示し，太緑線が近慣性周期の周波数 $\sigma=1.01f_s$ の波数ベクトルである。その近慣性周波数に直交し，高周波数側に向かう群速度の方向が Ray path（Fig. 9）となるので，ここでは南下する波の群速度に注目して，白抜き矢印で上方からの入射波，灰色矢印で海底からの反射波の方向を表示した。

成層が比較的強い $N=4f_s$ では a〜d の4ケースの差異は小さいものの，成層が弱くなるほど差異が顕著となり，$N=0$ の GsW の領域では全く異なる周波数分布を示す。Fig. 10（d）の西方伝播（$\theta=0°$）は「慣習的な f 平面」の波と同じなので，$m=0$ 及び $K_H=0$ を挟んで周波数分布は線対称となり，入射角度と反射角度の大きさは同じで，近慣性波は $N\le f_s$ の深度に存在できない。一方，代表として Fig. 10（a）の南方伝播（$\theta=90°$）をみると，成層が弱くなるにつれて下向きの入射角度が急激に大きくなりながら，入射波は海底まで達する。海底で反射した後，その反射波は成層が $N=0\sim4f_s$ でいくら変化しても緩やかな角度を保つため，Figs. 9（a）と（b）の Ray path でもみたように，上方へ戻り難いことが理解される。

3.5. 近慣性波の入射波と反射波の流速楕円

「非慣習的な f 平面」の近慣性波の場合，Fig. 10 に示したように成層が弱くなると，入射波の波数ベクトル $\vec{K}$ は鉛直方向（m 軸）から水平方向に大きく傾く。理論上，流速ベクトル $\vec{U}=(u, v, w)$ は波数ベクトル $\vec{K}=(k, l, m)$ と直交するので（付録 C の（A16）式），$\vec{U}$ から描かれる真の流速楕円も斜めに傾くことになる。しかし，係留流速計で測定される流速は水平成分の u, v であり，鉛直流成分 w を観測することは一般に困難である。そこで，付録 C で導出した（A13）式の東西流成分 u と（A14）式の南北流成分 v を用いて，流速楕円の水平面射影（本論では以下，水平流速楕円と呼ぶ）を求め，観測された水平流速データから描いた流速楕円（Fig. 4b と Fig. 5b）に対応させることを考えた。

まず，（A13）と（A14）の両式において分母の項と圧力 p/ρ_0 項は共通するので，両項の積を定数 C とおく。すなわち，

$$C=\frac{1}{f_c k\sigma+i(m\sigma^2-f_s f_c l-f_s^2 m)}\cdot\frac{p}{\rho_0} \tag{8a}$$

この定数 C を用いて，u, v の分子の項を実部（添え字 r）と虚部（添え字 i）に分けると，それぞれ次式で表わされる。

$$u_r=(-f_c l^2-f_s lm)\times C \tag{8b}$$
$$u_i=km\sigma\times C \tag{8c}$$
$$v_r=(f_s km+f_c lk)\times C \tag{8d}$$
$$v_i=lm\sigma\times C \tag{8e}$$

ここで，（13）式と（14）式の比をとると，共通の定数である C が消去され，u/v は振幅比 U_a と位相差 α を用いた次の複素振幅の形式で表現される。

$$\frac{u}{v}=\frac{u_r+iu_i}{v_r+iv_i}=\frac{u_r v_r+u_i v_i+i(u_i v_r-u_r v_i)}{v_r^2+v_i^2}=U_a e^{i\alpha} \tag{9}$$

この（9）式を整理すれば

$$U_a=\frac{\sqrt{(u_r v_r+u_i v_i)^2+(u_i v_r-u_r v_i)^2}}{v_r^2+v_i^2} \tag{10}$$

$$\alpha=\tan^{-1}\left(\frac{u_i v_r-u_r v_i}{u_r v_r+u_i v_i}\right) \tag{11}$$

が得られる。例えば，v が単位振幅1の正弦関数で変化したとき，それに対応した u の周期変化が（9）式から計算され，定性的ではあるが，理論的な水平流速楕円を描くことができる。なお，任意の水平伝播方向 θ と任意の成層強度 N をパラメータとした具体的な計算方法については付録 D で説明した。

近慣性周波数を $\sigma=1.01f_s$ としたときの水平流速楕円が Fig. 11 である。（a）が入射波，（b）が反射波であり，成層強度 $N=0\sim4f_s$ と水平伝播方向 $\theta=0°\sim90°$ の範囲で選んだ値は，Fig. 10 の周波数分布図に対応させている。各楕円に表示した矢印と破線が波の水平伝播方向（図の

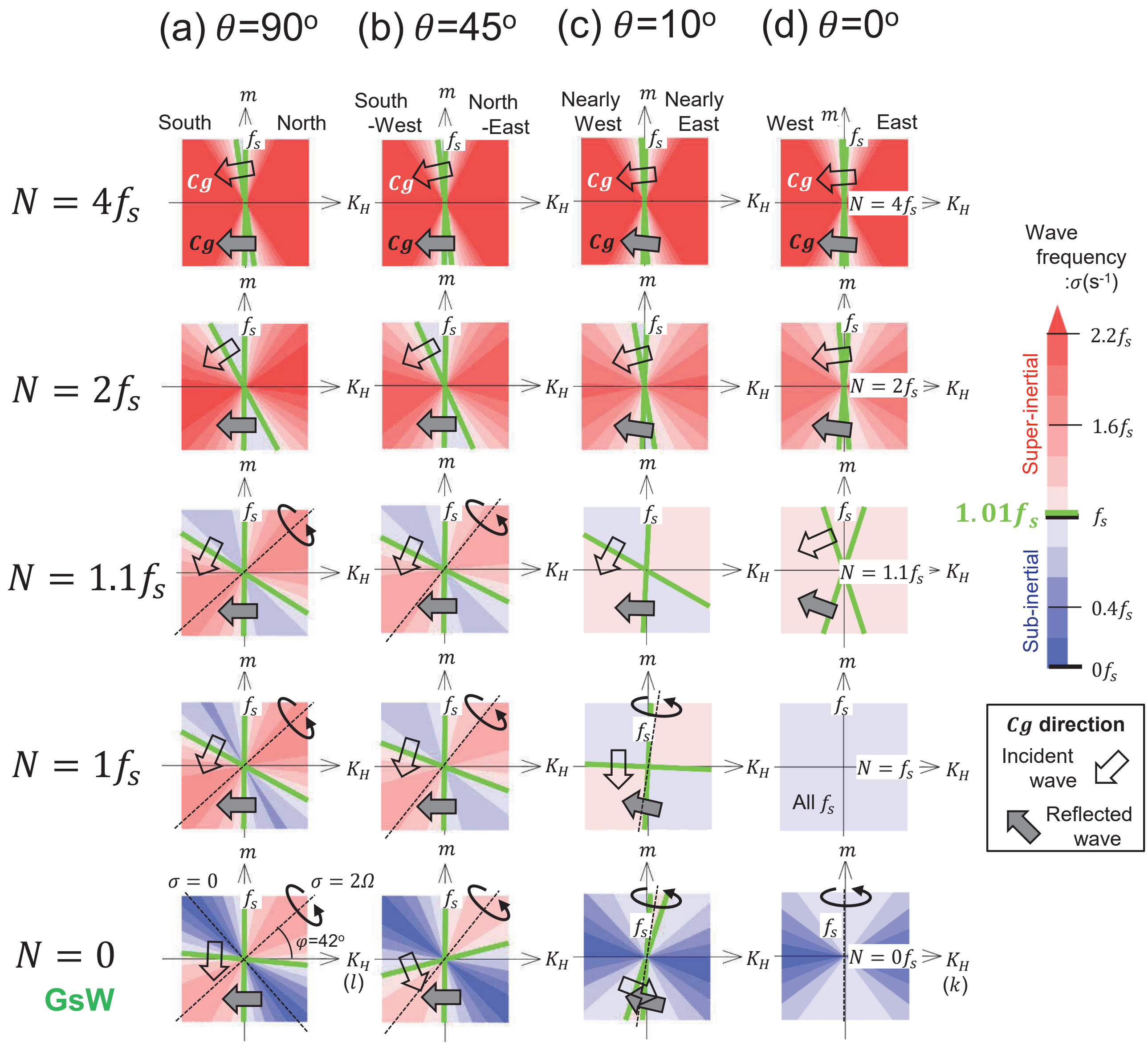

Fig. 10 To understand the ray paths in Fig. 9 and horizontal current ellipses in Fig. 11 for the near-inertial waves, frequency σ distributions in wavenumber space (K_H, m) are used to express the dispersion relation of eq.(1) for the propagation angles of (a) $\theta=90°$, (b) $\theta=45°$, (c) $\theta=10°$, and (d) $\theta=0°$ when $N=4f_s$, $2f_s$, $1.1f_s$, $1f_s$ and 0. Green lines represent the wavenumber vectors at a frequency given by $\sigma=1.01f_s$. The group velocity Cg is a direction perpendicular to each green line in the direction of increasing frequency, as shown by one set of arrows.

上方が北側）であり，楕円の回転方向は時計回りを青色，反時計回りを赤色で表示した。「慣習的な f 平面」の波で北半球の近慣性周期変動の場合，ほぼ円形で時計回りの水平流速楕円（慣性振動流）になることが知られている。そのような円形の水平流速楕円は，全ケースの反射波と「慣習的な f 平面」の波と同じ分散関係を示す $\theta=0°$（西方伝播）の入射波に限られる。ところが，f_C 項を考慮した本理論では，成層強度が弱くなるほど（$N\rightarrow 0$），そし

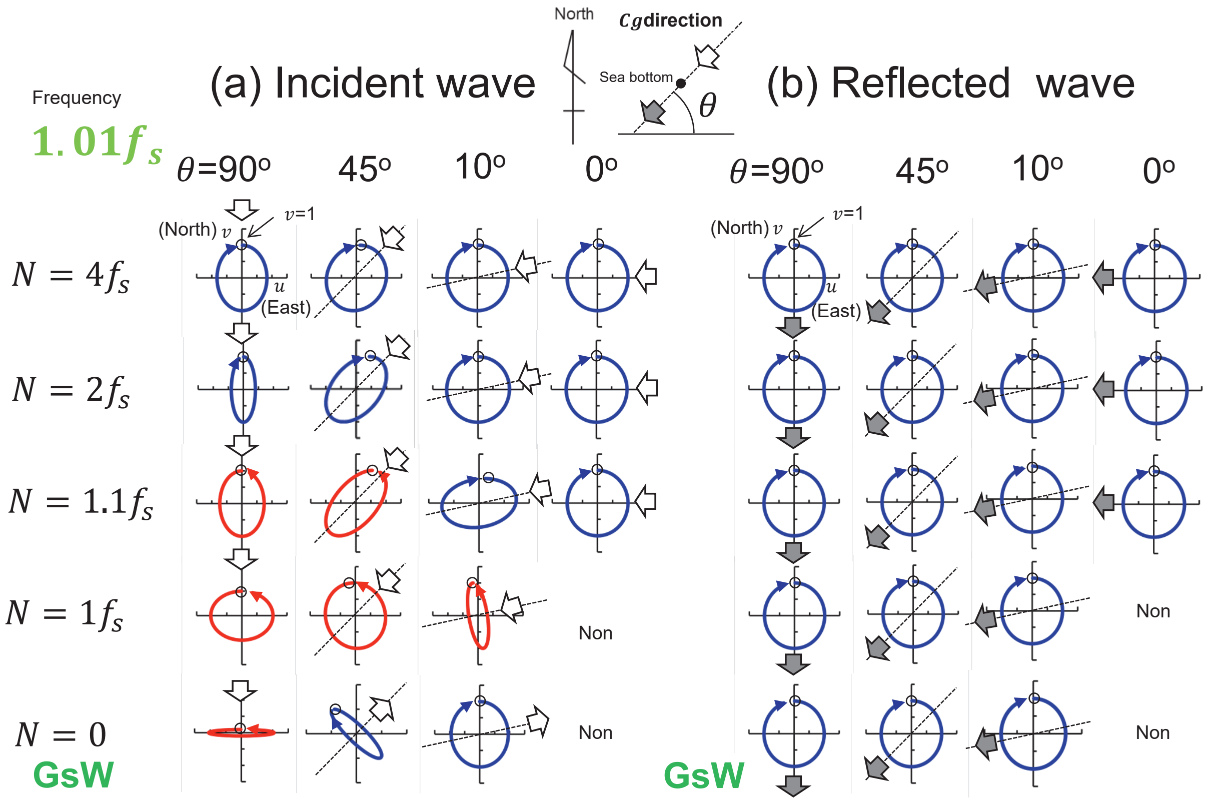

Fig. 11 Same propagation angles and same buoyancy frequencies as Fig. 10, but for the horizontal current ellipses at frequency $\sigma = 1.01f_s$, which are divided into (a) incident wave and (b) reflected wave. These are computed from the amplitude ratio and phase difference between u and v, i.e., eqs. (10) and (11), when $v = 1$. The top is the north side, and the propagation direction is shown by an arrow. Blue and red ellipses show clockwise and anti-clockwise rotation, respectively.

て伝播方向が南方寄りになるほど（$\theta \to 90°$），入射波の水平流速楕円の扁平が非常に大きくなり，北半球であるにもかかわらず，反時計回りの水平流速楕円（赤色表示）が存在できるようになる。なぜ，入射波だけが扁平した反時計回りの水平流速楕円になるのか，その理由を $N=0$ の GsW を例に付録 E で説明した。

4. 近慣性波の海底反射を模した数値実験

3 節では f_c 項を考慮した「非慣習的な f 平面」の波が上方から BW へ入射したとき，近慣性周期の変動であっても，それに伴う水平流速楕円は大きく扁平し，入射方位によっては反時計回りの回転になることを示した。このような線形理論によって，海底近傍の観測結果から得られた①～④の特徴（2 節）がどれだけ説明し得るかを調べるために，本節では近慣性波の海底反射を模した数値実験を行った。

4.1. モデルの概要

本実験に用いた数値モデルは，f_s 項に加えて f_c 項も設定できる非静水圧で鉛直 2 次元の MITgcm である。本実験では，鉛直高波数となる GsW の海底反射波を表現しなければならないため，鉛直格子幅は $\Delta z = 5$ m，それに対応させた水平格子幅も $\Delta x = 25$ m と小さく設定した。それゆえ，計算コストの関係上，計算領域をあまり大きくすることができず，水平距離は $L = 10$ km，鉛直距離は 1,000 m 以深の深度 $D = 1{,}000$～$3{,}000$ m 範囲の矩形領域とした（Fig. 12a）。モデルに初期設定した密度成層

は，Fig. 9 の Ray path 計算に使用した Fig. 8（b）の密度プロファイルである。また，その Ray path 計算（Fig. 9a）から，最も短い水平距離で BW へ入射できる近慣性波は，入射方位 $\theta=90°$ の南方伝播であった。そこで，本実験では深度 1,000 m 付近の真北から南方伝播する近慣性波（周波数 $\sigma=1.01f_s$）をモデル再現し，その理論的な Ray path を Fig. 12（a）に赤太線（Fig. 9b の赤線と同じ）で表示した。モデルの上面（$D=1{,}000$ m）はリジッド・リッドを仮定して順圧重力波を削除し，$D=3{,}000$ m の海底面とモデル南端 $L=10$ km の鉛直壁は slip 条件を課した閉境界とした。モデル北端 $L=0$ km は上部 0～120 m をモデル強制のための開境界，それ以深は slip 条件を課した閉境界（鉛直壁）とした。

水平及び鉛直の渦動粘性係数は $A_h=10^{-3}$ m^2 s^{-1} と $A_v=10^{-5}$ m^2 s^{-1}，水平及び鉛直の拡散係数は $K_h=10^{-5}$ m^2 s^{-1} と $K_v=10^{-6}$ m^2 s^{-1}，コリオリパラメータは北緯 42 度の f_s と f_c を設定した。モデル北端の開境界では周波数 $\sigma=1.01f_s$ の近慣性波の侵入を想定し，Fig. 12 右側の模式図に示すように，上部 25 m 範囲の開境界において，南北流速成分 v の周期強制を慣性周期 $T_f=17.93$ 時間の正弦関数で与えた。なお，本モデルは弱成層がゆえに鉛直混合や数値的発散が生じ易く，それをできるだけ防ぐための試行実験を繰り返した結果，強制 v 成分の振幅は 5～3 cm s^{-1} の弱い鉛直シアー流，その下方の 175 m 範囲

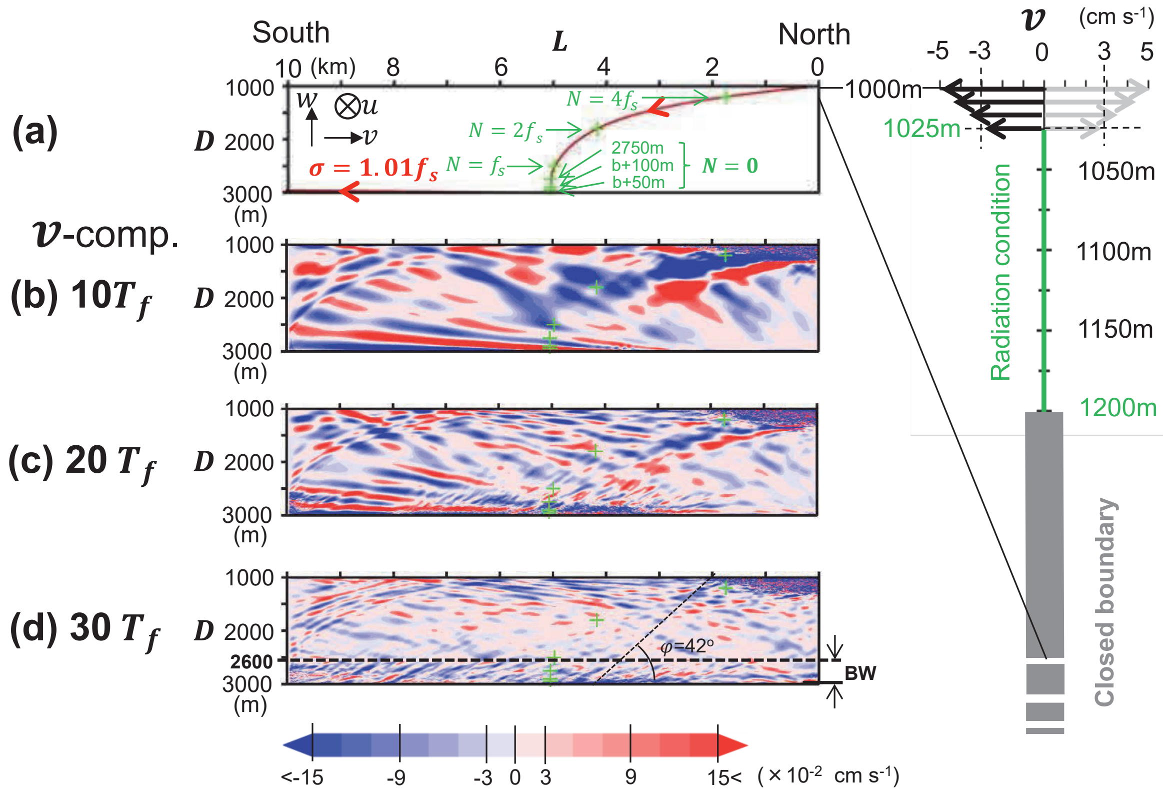

Fig. 12 (a) Meridional two-dimensional model domain ($\theta=90°$) shown together with the theoretical ray path at frequency $\sigma=1.01f_s$ (red line). Green cross marks on the set of red lines denote the places where the time series of Fig. 13 is extracted, i.e., water depth D = 1,200 m ($N=4f_s$), 1,800 m ($N=2f_s$), 2,500 m ($N=f_s$), 2,750 m ($N=0$), 2,900 m (b+100m), and 2,950 m (b+50m). Meridional, zonal and vertical velocities are v, u and w, respectively. Periodical forcing of the meridional current component $v(t)$ is situated at $L=0$ km around 1,000 m depth as schematically shown in the right-hand side panel. (b)-(d) The model results for sequential patterns of v-component at $10T_f$ intervals (T_f is the inertial period).

（深度 1,025 ～ 1,200 m）は，v, u, w の流速成分と密度 ρ の水平勾配を零とした放射及び断熱条件が必要であった。計算時間間隔は $\Delta t = 60\ s$，数値積分期間は観測結果（Figs. 4・5）にみられた一続きの擾乱期間（半月から一か月）を参考にして $30T_f$，そして近慣性波の強制期間は前半の 0 ～ $15T_f$ に設定した。

4.2. モデル結果の概要

Fig. 12 の（b）～（c）は $10T_f$ 毎に表示した $30T_f$ までの南北流速成分 v の鉛直断面分布である。強制期間中の時刻 $10T_f$ をみると，強制域である北端上部から大振幅の幅広い入射ビームが急角度で海底に到達し，海底に沿った数本の反射ビームが出現している。これらのビーム経路は理論的な Ray path（Fig. 12a の赤線）ともほぼ一致し，「非慣習的な f 平面」の波が本実験で再現されていると考える。海底反射ビームは南端の鉛直壁（$L = 10$ km）で反射し，その後，入射波と似た Ray path で再び北側上方へ戻っている。強制終了後の時刻 $20T_f$ をみると，北端上部からの入射ビームが次第にみえなくなり，時刻 $30T_f$ にはほぼ消滅している。海底反射ビームも次第に消滅しているが，その消滅の仕方は興味深い。時刻 $20T_f$ の海底反射ビームをみると，入射ビームが海底に接した付近には，斜め方向に位相が傾いた微小擾乱が多数出現している。この微小擾乱は南北のいずれの方向にもゆっくりと拡がり，それに伴って海底反射ビームが消滅している。時刻 $30T_f$ になると海底反射ビームは完全に消滅し，BW 内は斜めに傾いた微小擾乱にほぼ占められている。この斜め方向の角度は，海底面から北向き上方 42 度前後，すなわち，自転軸（北極向きの回転軸）方向である。これらは海底反射ビームのシアー不安定に伴う GsW の 3 波共鳴によって，自転軸方向の群速度を有する低周波数（σ～0）の GsW の発生（伊藤ほか，2019）が本実験でも

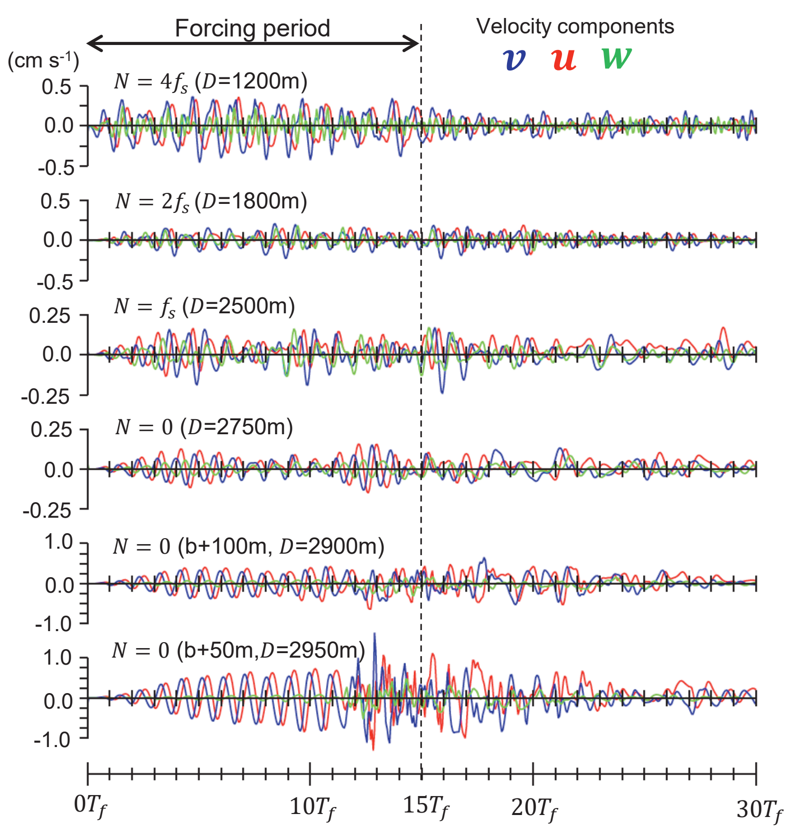

Fig. 13 Time series of three current components (u, v, and w) at six pick-up depths shown by the cross marks in Fig. 12.

再現されていることを示す。

流速時系列を代表する地点として，入射波の理論的な Ray path 上の 7 点（Fig. 12 に表示した緑十字印）を選択した。これらは $N=4f_s$, $2f_s$, f_s となる $D=1{,}200$ m, 1,800 m, 2,500 m の深度，$N=0$ となる BW 内の 3 つの深度 $D=2{,}750$ m, 2,900 m（b＋100 m に対応），2,950 m（b＋50 m に対応）に相当する。水平流速の東西流速成分 u を赤色，南北流速成分 v を青色，鉛直流速成分 w を緑色で表示し，全期間 0～$30T_f$ の各時系列を Fig. 13 に示した。入射ビームの下方伝播に伴って水平流速の振幅が上層から中層にかけて次第に小さくなり，海底反射ビームの影響が加わる海底近傍で再び大きくなっている（深度毎に縦軸サイズを適宜変更していることに注意）。また，入射ビームが鉛直方向に大きく曲がり始める $N=f_s$（$D=2{,}500$ m）の鉛直流速の振幅は，水平流速と同程度の大きさである。海底近傍の時系列をみると，時刻 $11T_f$ 前までは大振幅の近慣性周期変動が明瞭であり，その後，高周波数の振動が突如発生し，これは海底反射ビームのシアー不安定の発生を示す。

4.3. 近慣性周期変動の海底反射

Fig. 14 は各深度の水平流速データ（Fig. 13）を用いて，HAB 法（周期 $T=18$ 時間，解析幅 $L=72$ 時間）で抽出された近慣性周期の水平流速楕円を $1T_f$ 毎にサブサンプルした経時変化図である。図の上方が北側，（反）時計回り回転を（赤）青色表示とし，観測結果では Figs. 4,

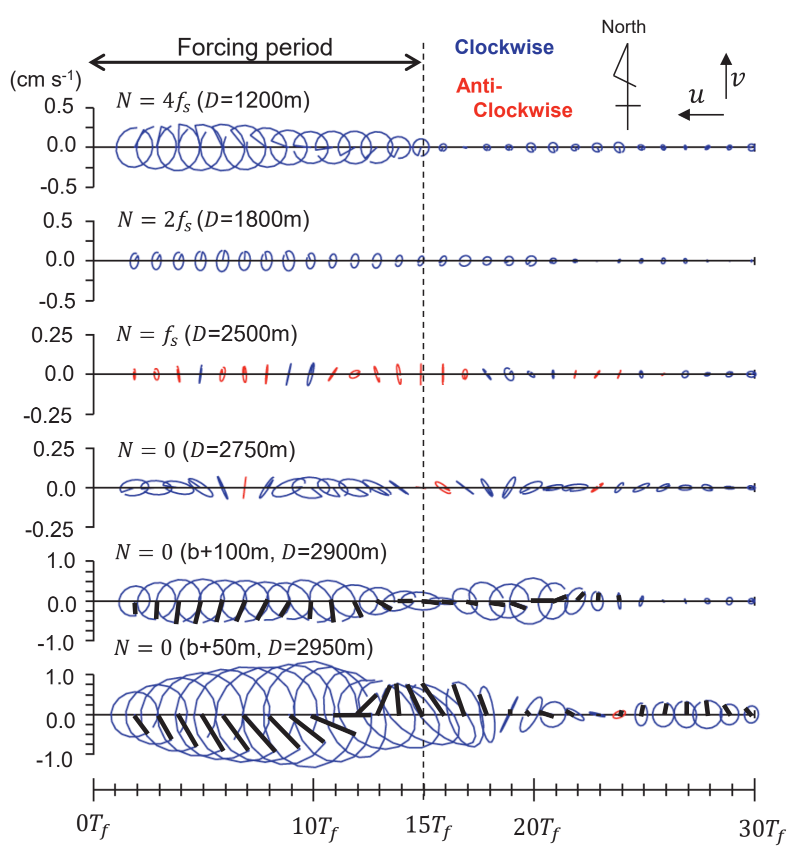

Fig. 14 Daily time series of the horizontal current ellipses at six depths, computed from u and v-components shown in Fig. 13. The thick radial line in each ellipse of b+100m and b+50m indicates the current direction based on the initial time of the analyzed period, i.e., the initial angle. The display format of these ellipses is the same as that of the theoretical ellipses in Fig. 11. Thus, qualitative elliptical shapes of the model result can be compared with those for the case of $\theta=90°$ in Fig. 11.

5 のホドグラフ，線形理論では Fig. 11 の水平流速楕円に対応する。前半の強制期間（0 ～ $15T_f$）において，入射波が支配的な $N=4f_s, 2f_s, f_s$ の水平流速楕円は，線形理論から予測された水平流速楕円（Fig. 11a の $\theta=90°$）とも矛盾しない形状変化を示す。すなわち，$N=4f_s$ にみられる時計回り回転のほぼ円形から，$N=2f_s$ の南北方向が長軸となる扁平な楕円形へと変化し，$N=f_s$ では回転方向が反時計回りに変化した扁平楕円が多数出現している。

一方，海底面に近い $N=0$ の底層水（BW）内では近慣性波（GsW）の海底反射，すなわち，入射波と反射波の重ね合わせが生じている。そこで，入射波の理論的な Ray path が海底に接する $L=5.1$ km 地点（Fig. 12 を参照）で，BW を含む深度 $D=2{,}500$ ～ 3,000 m における鉛直流速 w と水平流速 v の時系列（0 ～ $15T_f$ の強制期間のみ）を Fig. 15 に示した。この強制期間内では近慣性周期変動が次第に卓越し，時刻 $11T_f$ ころの海底付近から上方へのシアー不安定（Shear instability）の発達がみられる。ここで，付録 E に示した Fig. A3 の北緯 $\varphi=42°$ の分散関係（$\theta=90°$ で $N=0$ の GsW）が示す波数ベクトル（緑太線）をみると，赤色鍋蓋印の入射波（波 A）はほぼ真南へ位相伝播するため，鉛直低波数の GsW で鉛直流速 w が支配的となり，一方，青色鍋蓋印の反射波（波 B）は下方へ位相伝播するため，こちらは鉛直高波数の GsW で水平流速 v が支配的になることが予測される。まず，Fig. 15 の両流速値の表示は同じレンジで描いており，入射波に支配的な鉛直流速 w は，反射波に支配的な水平流速 v と同じオーダであることがわかる。そして，鉛直方向にほぼ同位相（模式的な緑太線）の鉛直流速 w から入射波は鉛直低波数，上方から下方へ位相伝播（模式的な下向き緑太矢印）する水平流速 v から反射波は鉛直高波数であり，上述の理論的な予測とも矛盾しないモデル結果が再現されている。

これら Figs. 14, 15 のモデル結果から，観測結果（2 節）にみられた近慣性周期変動の特徴①～④は，GsW の海底反射として説明される。まず，モデル強制期間を半月程度継続する擾乱期間とみなせば，b＋50（$D=2{,}950$ m）と b＋100（$D=2{,}900$ m）の継続した高振幅時期はともに，その期間内に出現している（Fig. 14；特徴②）。海底に近い b＋50 ほど水平流が卓越した鉛直高波数の反射波を捉える可能性が高く，それゆえ，わずか 50 m 上方にある b＋100 よりも水平流速の振幅が極端に大きくなれ

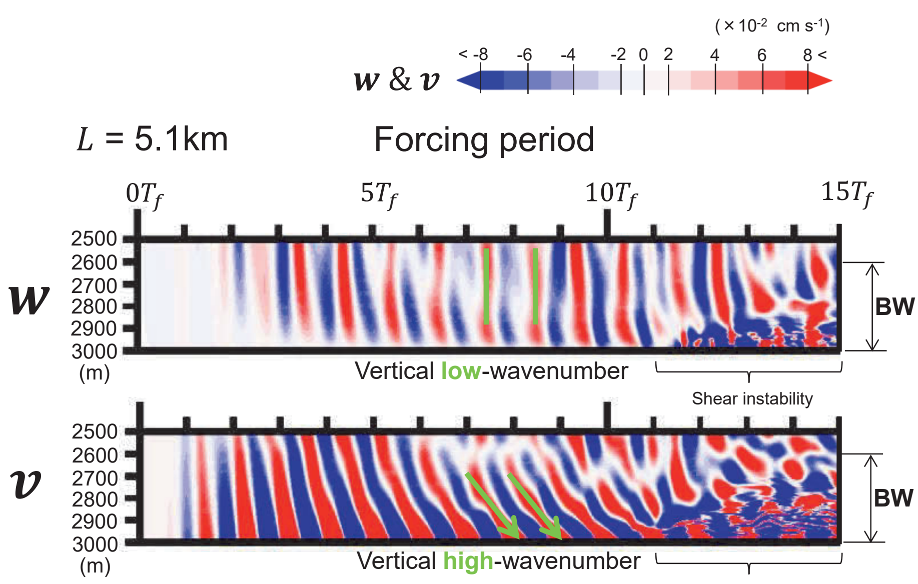

Fig. 15 Time series of the vertical velocity w (upper panel) and the meridional velocity v (lower panel), which mainly represent the behavior of the incident wave and reflected wave, respectively, at $L=5.1$ km in the BW from $D=2{,}500$ to 3,000 m.

る（Fig. 14；特徴①）。さらに，その反射波は GsW の線形理論では下方伝播するため（Fig. 10a もしくは Fig. A3），b＋100（上方）の水平流速の位相が b＋50（下方）よりも数 10～90 度も先行することができる（Figs. 14, 15；特徴④）。逆に，海底から離れるほど入射波を捉える可能性が高くなり，深度 $D=2{,}750$ m の楕円形状も考慮すれば，海底近傍の反射波が示す円形楕円と比べると，上方ほど水平流速楕円の扁平は大きくなる（Fig. 14；特徴③）。

5. おわりに

本研究は日本海深層で $N\sim0$ となる BW 内で観測された近慣性周期変動の特徴がコリオリパラメータの水平成分（f_C 成分）を考慮した「非慣習的な f 平面」の慣性波，すなわち，GsW の海底反射としてモデル再現できることを示した。これは上方の弱成層域から BW に侵入する内部慣性重力波においても，f_C 成分が無視できないことを示唆する。このような波の分散関係や Polarization relation の線形理論を独自に展開し，成層強度 N に依存した波の周波数存在範囲，近慣性波の入射波と反射波で異なる非対称な伝播経路（Ray path）及び水平流速楕円（真の流速楕円の水平面射影）の形状変化を調べた。その結果，近慣性周期であっても弱成層状態にある入射波の水平流速楕円は円形にはならず，特に，南方伝播する波の水平流速楕円は大きく扁平し，北半球でも反時計回り回転になることが明らかになった。水平流速楕円は円形の時計回りであるが，鉛直方向に大きな位相変化（ゆっくりとした下方伝播）を伴っている。これらの理論的知見と数値モデルを用いた GsW の再現実験を根拠として，我々は海底近傍に設置された係留系の流速記録が示す特徴の中に，GsW の海底反射を示唆する証拠をみつけることができた。

本論の数値実験からは，鉛直高波数となる反射波のシアー不安定により，GsW の 3 波共鳴を介して，自転軸方向の群速度を有する低周波数（$\sigma\sim0$）の GsW が励起される様子も再現された。この結果は GsW が存在し得る BW 海域（日本海では Fig. 1b に灰色領域示した日本海盆 JB や大和海盆 YB）では，近慣性周期の反射波が BW 内で消滅してしまうことを示唆する。また，f の緯度変化を許した「非慣習的な β 平面」の近慣性波の線形理論（Winters *et al.*, 2011）では，慣性緯度を超えて北向き方向へ，海底に捕捉されたまま，何度も反射を繰り返す波の存在（Critical reflection）が示唆されている。このように，「非慣習的な f 平面や β 平面」を考慮すると，海底からの反射波エネルギーが上方伝播し難い状態となり，この場合，波の鉛直モード構造は形成されないと考えられる。一方で，Senjyu and Shin（2021）は，BW が存在しない比較的浅い海域（Fig. 1b の白抜き領域）で観測された近慣性内部波の振幅の鉛直分布を「慣習的な f 平面」の入射波と反射波の重ね合わせとして説明している。日本海深層域の近慣性周期変動が波の鉛直モードで説明できる海域とそうでない海域があるのかもしれない。

本論では深層域を想定した弱成層状態の「非慣習的な f 平面」の波について議論した。ところが，強成層で水平波長の長波長領域（$K_H/m\to0$）においても，f_C 成分の有無により内部慣性重力波の分散関係が異なる（付録 F を参照）。「非慣習的な f 平面」の波を考えれば，成層強度 N の大きな表層であっても，ちょうど慣性周期（$\sigma/f_S=1$）であっても，慣性振動流の解だけではなく，南方へエネルギー伝播する有限波長をもつ波動解が存在できる。また，冬季の海面冷却等による表層混合層（$N\sim0$）内では，本論で議論した GsW も存在できる（例えば，Straneo *et al.*, 2002）。今後は，この新たな視点から，表層付近の慣性周期帯変動を見直すことも必要と考える。

謝　辞

本研究で使用させて頂いた気象庁による CTD データ，海上保安庁による日本海深層流速データを収集整理し，無償提供されている日本海洋データセンター（JODC）の皆様，そして現場観測を実施された両庁の職員，研究者，調査船乗組員の皆様に感謝致します。また，本稿を改訂するにあたり，編集委員長様からは観測資料や解析方法に関する説明の不備，2 名の査読者様からは文章表現や不適切な用語，数式の展開方法，図の表現方法についての有益なコメントを数多く頂き，心から感謝致します。

付録 A　鉛直均一なポテンシャル水温を示す底層水

Fig. A1（a）は日本海盆内の×印（7 点）と○印（1 点）の計 8 地点で観測されたポテンシャル水温の鉛直プロファイルである。これらのデータは本論で解析した流速観測期間（1997 ～ 1998 年）を含む 1997 ～ 2009 年（13 年間）において，気象庁の Web site（https: //www.data.jma.go.jp/gmd/kaiyou/db/vessel_obs/data-report/html/ship/cruisedata.php?id）に登録されていた CTD 観測資料の全てであり，○印の SM3903 以外の測点番号は観測年と観測月で表示した。例えば，1998 年 7 月の観測は 3 地点あり，98-7 の（1）～（3）として区別している。

気象庁の CTD 観測は日本の排他的経済水域内に限定されるため，西側半分がロシア海域にある日本海盆内（地形図の灰色・黒色領域）の観測資料は非常に少ない。にもかかわらず，8 つの水温プロファイルには共通した特徴がみられる（SM3903 のみを赤色，他は黒色表示）。それは 2,600 db 以深の水温値が鉛直的にほぼ同値となり，

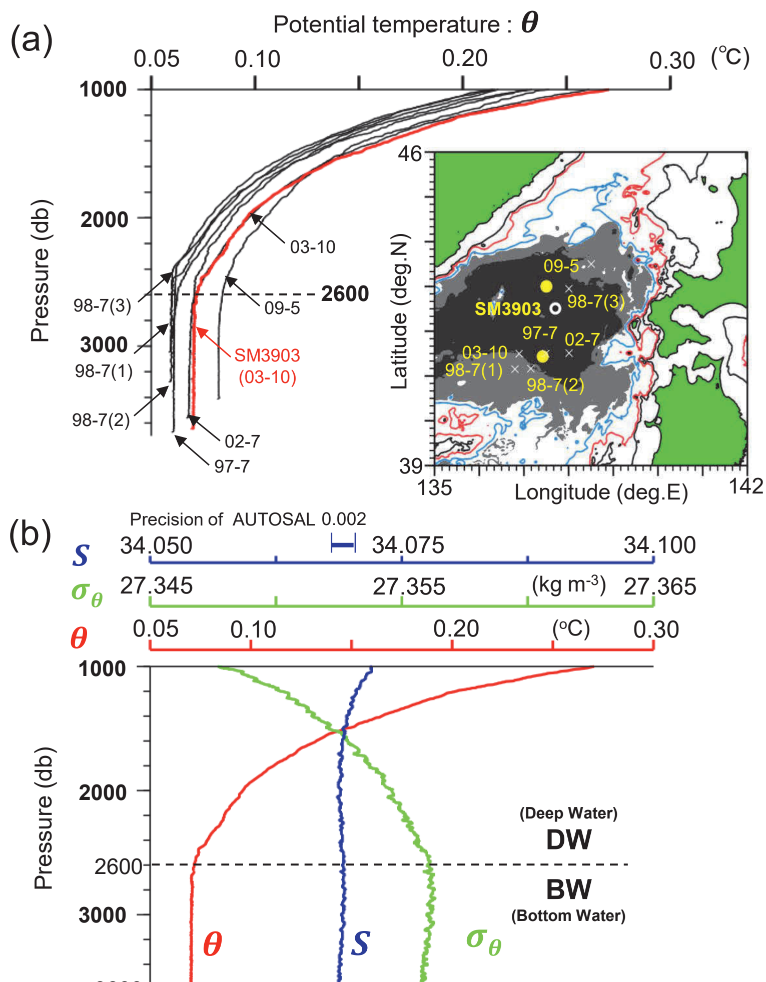

Fig. A1　(a) Deep potential temperature profiles show the occurrence of adiabatic bottom layers, which have a uniform potential temperature. The bottom topography map shows the eight sites of CTD (×, numbered by year and month; ○ at SM3903) in the Japan Basin from 1997 to 2009 by the Japan Meteorological Agency. (b) Typical vertical profiles of potential temperature (red), salinity (blue), and potential density (green) observed at SM3903 in October, 2003.

海底にまで至る底層水（Bottom Water：BW）の存在であり，そのBWの層厚は最大で1,000 mを超える。一方，BWの上層側には弱いながらも水温成層し，BWとは区別された深層水（Deep Water：DW）が存在している（Gamo and Horibe, 1983）。なお，BW内の均一な水温値は，13年間で約0.02℃の上昇傾向を示している。

SM3903は2003年10月（03-10）の観測であり，本論で解析した流速観測2地点（地形図に示した黄色丸印）のほぼ中間（日本海盆の最深部付近）に位置し，それゆえ，日本海盆の典型的な水塊構造を示す測点として選んだ。気象庁が使用したCTDの水温センサーはSBE3plus，塩分センサーはSBE4Cであり，水温校正はSE35（深海用標準温度計）でなされ，測定精度は0.001℃である。なお，水温値はITS-90，塩分値はPSS-78に基づくものである。塩分校正に用いられたオートサリノメータ（Guideline社）は，測定精度0.002のAUTOSALである。我々は水温値をITS-90からIPTS-68へ変換し，水圧値によりポテンシャル水温を計算した後，EOS80の状態方程式を用いてポテンシャル密度を計算した。Fig. A1（b）に示した3つの鉛直プロファイルは，SM3903のポテンシャル水温 θ（(a）と同じ赤線表示），塩分 S（青線），ポテンシャル密度 σ_θ（緑線）である。BW内及び2,000 db以深のDWの塩分 S は，0.002の測定精度よりも小さな変化しか示さず，プロファイルにみられる微細な変化は，CTD（電気伝導度）による電気的なノイズと考えられる（植田・磯田, 2022）。このような塩分 S の影響を受け，ポテンシャル密度 σ_θ にも微細な密度逆転が多数計算される。さらに，BW内の塩分 S は下層側がわずかな低塩化を示すため，BW内のポテンシャル密度 σ_θ も弱い密度逆転となるが，これは重力的に不安定である。よって，BW底層の低塩化の現実性は判断できない，と考える。

本文中のFig. 1（a）では，このポテンシャル密度 σ_θ の値を用いて，浮力振動数 N を計算し，その鉛直プロファイルを示した。この計算において，微細な密度逆転の影響（塩分 S の電気的ノイズが主な原因）を削除するために，ポテンシャル密度の鉛直勾配は，深度300 db間隔で最小二乗法による線形回帰直線の傾きから見積もった。なお，BW内の密度勾配は弱い密度逆転のために負の値になるが，その場合はBW内の均一なポテンシャル水温 θ を根拠として，密度が鉛直一様な $N=0$ として扱った。

付録B 「非慣習的な f 平面」の波の基礎方程式から導出される分散関係式

x 軸は東向きを正とした東西方向，y 軸は北向きを正とした南北方向，z 軸は上向き正の鉛直方向とした局所直交座標系（本文中のFig. 6b）において，f_s・f_c の両項を考慮した内部慣性重力波の東西・南北・鉛直方向の運動方程式と連続式は下記の4式となる。

$$\frac{\partial u}{\partial t} - f_s v + f_c w = -\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial p}{\partial x} \tag{A1}$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + f_s u = -\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial p}{\partial y} \tag{A2}$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} - f_c u = -\frac{\rho'}{\rho_0} g - \frac{1}{\rho_0}\frac{\partial p}{\partial z} \tag{A3a}$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \tag{A4}$$

ここで，t は時間，p は擾乱の圧力，$\rho_0(z)$ は基本場の密度成層，u，v，w は x，y 方向の水平流速成分と z 方向の鉛直流成分である。ρ_0 からの偏差を ρ' としたとき，密度は $\rho(x, y, z, t) = \rho_0(z) + \rho'(x, y, z, t)$ と表され，ここでは $|\rho'/\rho_0| \ll 1$ を考える。$\rho_0(z)$ の密度は $d\rho_0/dz < 0$ のとき安定成層であり，微小振幅を持つ鉛直流速 w に伴う密度偏差 ρ' を考慮した線形近似の密度保存式は次式になる。

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} + w\frac{d\rho_0}{dz} = 0 \tag{A5}$$

基本場の成層強度を浮力振動数 $N(z)$ で表すと

$$N = \left(-\frac{g}{\rho_0}\frac{d\rho_0}{dz}\right)^{\frac{1}{2}} \tag{A6}$$

となるので，これを用いて（A5）式を変形すると

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} - w\frac{\rho_0 N^2}{g} = 0 \tag{A7}$$

となる。そこで，（A3a）式を t で偏微分し，（A7）式を用いて浮力項を N 値で表現すると次式を得る。

$$\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - f_c \frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial^2 p}{\partial z \partial t} - N^2 w \qquad \text{(A3b)}$$

以上の（A1）（A2）（A3b）（A4）の4つの式が，f_s・f_c の両成分を考慮した線形波の基礎方程式である。

いま，u, v, w, p の4つの変数に対して，4つの基礎方程式があるので，鉛直流速 w に関する1つの方程式にまとめることができる。具体的には，（A1）式を y,（A2）式を x で交差微分すると，p の項が消去されて

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x}\right) + f_s \frac{\partial w}{\partial z} + f_c \frac{\partial w}{\partial y} = 0 \qquad \text{(A8a)}$$

の渦度方程式を得る。次に，（A1）式を z, t,（A3b）式を x で微分して両式の差をとり，p の項を消去する。同様に，（A2）式を z と t,（A3b）式を y で微分して両式の差をとり，p の項を消去すると，次の2式を得る。

$$\frac{\partial^3 u}{\partial x \partial t^2} - f_s \frac{\partial^2 v}{\partial z \partial t} + f_c \frac{\partial^2 w}{\partial z \partial t} - \frac{\partial^3 w}{\partial x \partial t} + f_c \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial t} - N^2 \frac{\partial w}{\partial x} = 0 \qquad \text{(A8b)}$$

$$\frac{\partial^3 v}{\partial z \partial t^2} + f_s \frac{\partial^2 u}{\partial z \partial t} - \frac{\partial^3 w}{\partial y \partial t^2} + f_c \frac{\partial^2 u}{\partial y \partial t} - N^2 \frac{\partial w}{\partial y} = 0 \qquad \text{(A8c)}$$

この（A8b），（A8c）式をそれぞれ x, y で微分し，両式を足し合わせて整理し，連続式（A4）と渦度方程式（A8a）式を用いて u, v を消去すると，下記の w のみの方程式が得られる。

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + {f_s}^2 \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} + 2 f_s f_c \frac{\partial^2 w}{\partial y \partial z} + {f_c}^2 \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + N^2\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right) w = 0 \qquad \text{(A8d)}$$

波の東西方向の水平波数を k，南北方向の水平波数を l，鉛直波数を m，周波数を σ とした波動伝播解 $\exp\{i(kx + ly + mz - \sigma t)\}$ を（A8d）式に代入して整理すると，次の分散関係式を得る。

$$\sigma^2 = \frac{(f_s m + f_c l)^2 + N^2(k^2 + l^2)}{k^2 + l^2 + m^2} \qquad \text{(A9a)}$$

さらに，波数ベクトルの水平伝播方向を東方向から反時計回りに角度 θ として，任意の方位角度 θ で伝播する波の水平波数を K_H とすると，南北波数成分は $l = K_H \sin\theta$，東西波数成分は $k = K_H \cos\theta$ と表される。よって，（A9a）の分散関係式は波数 K_H を用いると

$$\sigma^2 = \frac{(f_s m + f_c K_H \sin\theta)^2 + N^2 {K_H}^2}{{K_H}^2 + m^2} \qquad \text{(A9b)}$$

となり，本文中の分散関係式（1）が得られる。

付録C　波の Polarization relation

基礎方程式の水平方向の運動方程式（A1）（A2）と連続式（A4）を用いて，水平流速 u と v に関する各方程式を擾乱の圧力 p の変数だけで表現すると

$$\frac{\partial^3 u}{\partial z \partial t^2} - f_c \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial t} + f_s f_c \frac{\partial u}{\partial y} + {f_s}^2 \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{f_c}{\rho_0}\frac{\partial^2 p}{\partial y^2} - \frac{f_s}{\rho_0}\frac{\partial^2 p}{\partial y \partial z} - \frac{1}{\rho_0}\frac{\partial^3 p}{\partial x \partial z \partial t} \qquad \text{(A10)}$$

$$-\frac{\partial^3 v}{\partial z \partial t^2} + f_c \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial t} - f_s f_c \frac{\partial v}{\partial y} - {f_s}^2 \frac{\partial v}{\partial z} = -\frac{f_s}{\rho_0}\frac{\partial^2 p}{\partial x \partial z} - \frac{f_c}{\rho_0}\frac{\partial^2 p}{\partial x \partial y} + \frac{1}{\rho_0}\frac{\partial^3 p}{\partial y \partial z \partial t} \qquad \text{(A11)}$$

となる。次に，水平流速 u と鉛直流速 w に関係した運動方程式（A1）（A3b）と連続式（A4）を用いて，u を消去して w に関する方程式を圧力 p で表現すると

$$\frac{\partial^4 w}{\partial y \partial t^3} + N^2 \frac{\partial^2 w}{\partial y \partial t} + {f_c}^2 \frac{\partial^2 w}{\partial y \partial t} + f_s \frac{\partial^3 w}{\partial x \partial t^2} + f_s N^2 \frac{\partial w}{\partial x} + f_s f_c \frac{\partial^2 w}{\partial z \partial t} = -\frac{f_s}{\rho_0}\frac{\partial^3 p}{\partial x \partial z \partial t} - \frac{f_c}{\rho_0}\frac{\partial^3 p}{\partial x \partial y \partial t} - \frac{1}{\rho_0}\frac{\partial^4 p}{\partial y \partial z \partial t^2} \qquad \text{(A12)}$$

となる。これらの式に波の伝播解 $\exp\{i(kx + ly + mz - \sigma t)\}$ を代入して整理すると，下記の各流速成分と圧力 p の関係式（Polarization relation）が得られる。

$$u = \frac{-f_c l^2 - f_s l m + i k m \sigma}{f_c k \sigma + i(m\sigma^2 - f_s f_c l - {f_s}^2 m)} \cdot \frac{p}{\rho_0} \qquad \text{(A13)}$$

$$v = \frac{f_s k m + f_c l k + i l m \sigma}{f_c k \sigma + i(m\sigma^2 - f_s f_c l - {f_s}^2 m)} \cdot \frac{p}{\rho_0} \qquad \text{(A14)}$$

$$w = \frac{-ml\sigma^2 - i(f_s km\sigma + f_c kl\sigma)}{-\sigma^3 l + N^2\sigma l + {f_c}^2\sigma l + f_s f_c \sigma m + i(f_s N^2 k - f_s \sigma^2 k)} \cdot \frac{p}{\rho_0} \quad \text{(A15)}$$

ここで，（A13）〜（A15）式を用いて，波数ベクトル $\vec{K} = (k, l, m)$ と流速ベクトル $\vec{U} = (u, v, w)$ の内積を計算すると

$$\vec{U} \cdot \vec{K} = uk + vl + wm = 0 \quad \text{(A16)}$$

となり，f_c 成分を考慮しても両者は直交していることが証明される。

付録 D　流速楕円の計算方法

（1）式の分散関係を用いて，未知数 m/K_H に関する式に整理すると

$$({f_s}^2 - \sigma^2)\left(\frac{m}{K_H}\right)^2 + 2 f_s f_c \sin\theta \frac{m}{K_H} + {f_c}^2 \sin^2\theta + N^2 - \sigma^2 = 0 \quad \text{(A17)}$$

の 2 次方程式となり，以下の 2 つの解が得られる。

$$\frac{m}{K_H} = \frac{-f_s f_c \sin\theta \pm \sqrt{{f_s}^2 {f_c}^2 \sin^2\theta - ({f_s}^2 - \sigma^2)({f_c}^2 \sin^2\theta + N^2 - \sigma^2)}}{{f_s}^2 - \sigma^2} \quad \text{(A18)}$$

この 2 つの解は，本研究で注目している近慣性波の場合，Fig. 10（波数空間における周波数分布）に示した周波数 $\sigma = 1.01 f_s$ の波数ベクトル（太緑線）の傾きに相当し，必ず 2 本ある。その 2 本の傾きは水平伝播方向 θ と成層強度 N によって変化し，一方が下方へエネルギー伝播する入射波，他方が上方へエネルギー伝播する反射波を意味する。

次に，水平流速楕円を描くためには，本文中（10）（11）式で定義した振幅比 U_a と位相差 α の値を任意の水平伝播方向 θ と任意の成層強度 N のパラメータとして求めなければならない。そこで，本文中の（8b）〜（8e）式に南北波数 $l = K_H \sin\theta$，東西波数 $k = K_H \cos\theta$ を代入すると

$$u_r = \left(-f_c \sin^2\theta - f_s \sin\theta \frac{m}{K_H}\right) \times {K_H}^2 \times C \quad \text{(A19a)}$$

$$u_i = \cos\theta \frac{m}{K_H} \sigma \times {K_H}^2 \times C \quad \text{(A19b)}$$

$$v_r = \left(f_s \cos\theta \frac{m}{K_H} + f_c \sin\theta \cos\theta\right) \times {K_H}^2 \times C \quad \text{(A19c)}$$

$$v_i = \sin\theta \frac{m}{K_H} \sigma \times {K_H}^2 \times C \quad \text{(A19d)}$$

となる。これらを本文中の U_a の（10）式と α の（11）式に代入すると，共通項である定数 C と ${K_H}^2$ が消去され，未知パラメータは m/K_H だけとなる。すなわち，f_s, f_c, θ, N の値を（A18）式に代入して 2 つの m/K_H を求め，Fig. 10 を用いて，どちらが入射波か反射波かを判断する。次に，m/K_H の関数となった（10）（11）式から 2 種類の U_a と α が求められ，一方が入射波，他方が反射波となる水平流速楕円（Figs. 11a と 11b）を描くことができる。

付録 E　近慣性周期の GsW が扁平した反時計回りの水平流速楕円を示す理由

Fig. A2 の地球座標系に描いた北緯 $\varphi = 42°$ の周波数分布図は，Fig. 10（a）の $\theta = 90°$（南方伝播）で $N = 0$ の GsW と全く同じであるが，42° 傾いている点だけが異なる。同図には北緯 $\varphi = 90°$（北極）と緯度 $\varphi = 0°$（赤道）において，同じく南方伝播する GsW の周波数分布図を，本文中の分散関係式（3）から計算して地球座標系に描いた。注意として，異なる緯度にも描いた波数ベクトル（太緑線）は，北緯 $\varphi = 42°$ の近慣性周波数（$1.01 f_s$）であり，赤色表示の Super-inertial 領域も，青色表示の Sub-inertial 領域も北緯 $\varphi = 42°$ を基準としている。これら 3 つは緯度が変化しても，地球座標系でみると全く同じ図であることがわかる。すなわち，周波数範囲は同じ $\sigma = 0 \sim 2\Omega$，$\sigma = 2\Omega$ の波数ベクトル（波 C）は常に北向きの回転軸（自転軸）方向である。緯度 φ により異なるのは，観察者の座標系（この図では $K_H - m$ 座標）のみである。

Fig. A2 右側の枠線内の模式図は，異なる方向に波数ベクトル $\vec{K} = (K_H, m)$ で伝播する GsW の流速楕円を観察者が上方から眺めた様子を描いている。このとき，観測者は係留流速観測のように，水平流速 (u, v) しか測定できないとする。付録 C の（A16）式より，流速ベクトル $\vec{U} = (u, v, w)$ は波数ベクトル $\vec{K}$ に直交していること

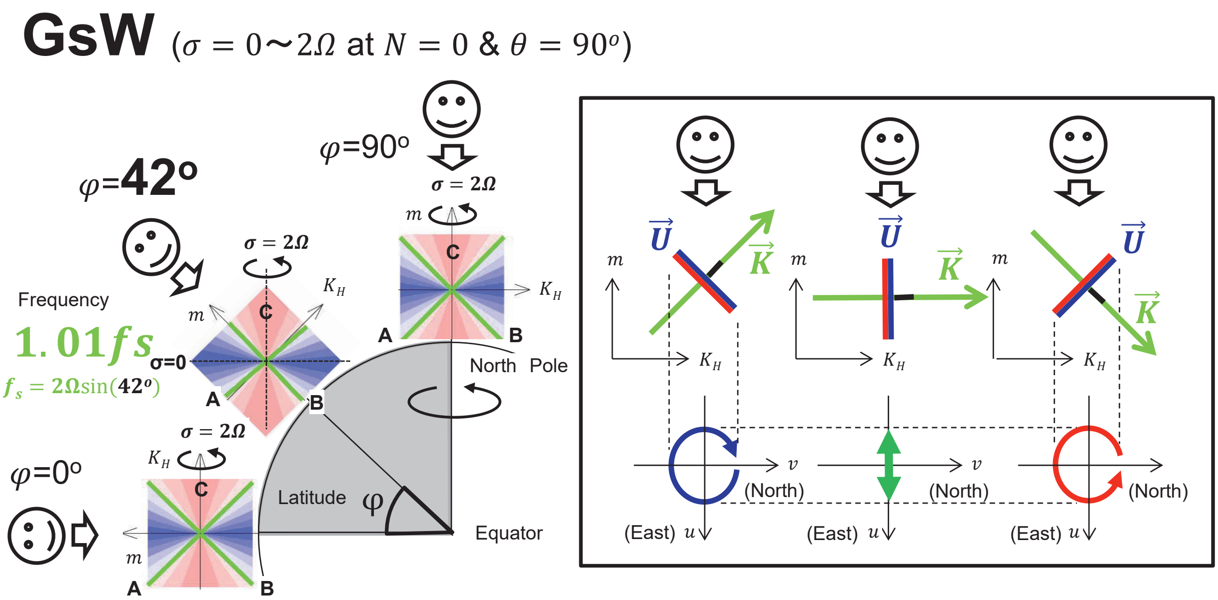

Fig. A2 Left-hand side panels show the same frequency σ distributions as GsW in Fig. 10a, but for the southward-propagated GsW at three latitudes of $\varphi = 90°$, 42°, and 0°. Right-hand side panels show the schematic view to understand the rotation of the current ellipse $\vec{U}$ for three types. A person's face with an arrow shows how it looks from above. The pot lid mark along the wavenumber vector $\vec{K}$ represented by the green line, is a side view of a circular current ellipse. If you can see the handle from above, it means clockwise rotation of the horizontal current ellipse.

が確認された。近慣性周期の GsW の流速場は回転しているので，ここでは，その回転方向を円形の「鍋蓋」で表現する。そして，鍋蓋の取手のある側が表であり，表側から眺めれば，時計回りに回転，鍋蓋を裏側から眺めれば，反時計回りの回転となる。この鍋蓋表示の流速場 $\vec{U}$ を波数ベクトル $\vec{K}$ 上に描くと，両者は直交するので，取手は必ず波数ベクトル上にあり，その取手のある表側をカタカナの「ト」字で表示した。例えば，模式図の左側の場合，観察者には取手がみえるので鍋蓋の表側が観察されており，水平流速楕円は扁平するが時計回り（青色表示）となる。これとは上下逆方向に伝播する右側の場合，鍋蓋の裏側が観測されるので反時計回り（赤色表示）の水平流速楕円となる。中央は水平伝播する場合であり，鍋蓋を真横から観察することになり，流速場は直線運動（緑色表示）となる。

GsW では，同じ流速場 $\vec{U}$ であるにもかかわらず，観察者のみる角度が緯度で異なるために，水平流速楕円の形や回転方向が異なってみえる。その一例として，北緯 $\varphi = 42°$ の近慣性周波数（$1.01f_S$）の入射波 A と反射波 B，そして北緯 $\varphi = 90°$ の慣性周波数（2Ω）の波 C の 3 つの GsW が緯度（$\varphi = 90°$, 67°, 42°, 22°, 0°）の違いによって，どのように異なる水平流速楕円（真の流速楕円の水平面射影）として観察されるのかを Fig. A3 に示した。左側は観測者の座標系からみた周波数分布図であるが，地球座標系からみると全て同じである。これらの図の 3 つの波数ベクトル上には鍋蓋表示の流速場を描いているが，取手は全て北向きの回転軸方向にある。はじめに，北緯 $\varphi = 90°$ の北極点で慣性振動流となる波 C の緯度変化をみる。北緯 $\varphi = 90°$ の鍋蓋の取手は真上向きとなるので，波 C の水平流速楕円は円形の時計回り（慣性振動流）である。低緯度になると，波 C の波数ベクトルは次第に傾き，斜めから円形の慣性振動流を観察することになる。よって，水平流速楕円は楕円形の時計回りに変化し，緯度 $\varphi = 0°$ の赤道では楕円が真に縦になるので，直線運動となる。Fig. 11（$N = 0$, $\theta = 90°$）でもみたように，北緯 $\varphi = 42°$ の入射波 A は大きく扁平した反時計回り，反射

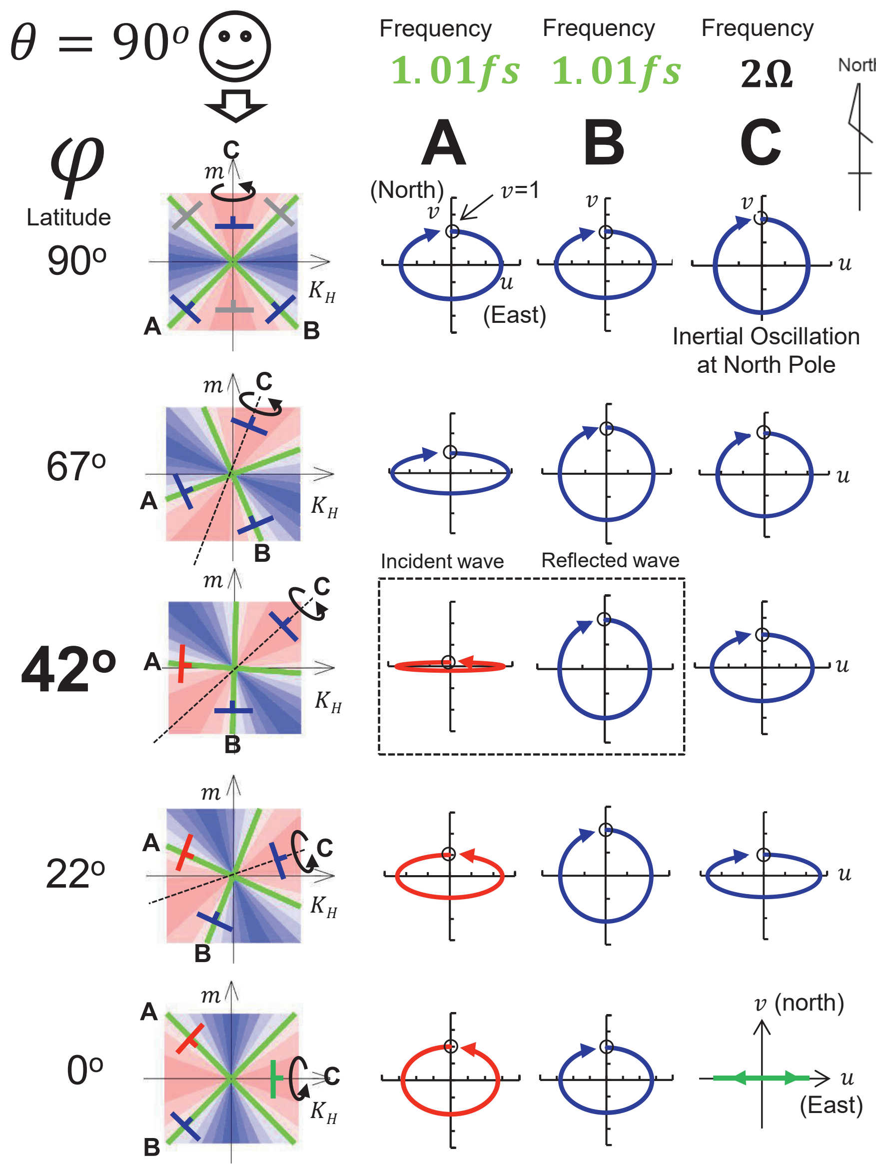

Fig. A3　Left-hand side panels demonstrate the same frequency σ distributions of the southward propagated GsW in Fig. A2, when the latitudes $\varphi=90°$, 67°, 42°, 22°, and 0°. Right-hand side panels demonstrate the horizontal current ellipses from "A" to "C" corresponding to each latitude φ. "A" and "B" are the near-inertial incident and reflected waves at $\varphi=42°$ ($\sigma=1.01f_S$), and 'C' is the inertial wave at $\varphi=90°$ ($\sigma=2\Omega$). Blue and red ellipses show clockwise and anti-clockwise rotation, respectively.

波 B は円形に近い時計回りの水平流速楕円であった（Fig. A3 の破線枠内に再表示）。両波を北緯 $\varphi=90°$ の北極で観察すると，鍋蓋表示から推測されるように，両者は全く同じで，少し扁平した時計回りの水平流速楕円である。反射波 B からみると，低緯度になるほど，波数ベクトルの傾きは鉛直方向に向き，それに直交した鍋蓋表示の流速場は円形の時計回りの水平流速楕円に近づくことが理解される。一方，入射波 A の方は低緯度になるほど，波数ベクトルは水平方向になり，北緯 $\varphi=42°$ 付近で鍋蓋表示の流速場は鉛直方向になる。そして，さら

に低緯度になると，波 A は鍋蓋表示の裏側が観察されるようになり，これが大きく扁平した反時計回りの水平流速楕円となる理由である。緯度 $\varphi=0°$ の赤道における両波は同程度に扁平した水平流速楕円であるが，波 A は反時計回り，波 B は時計回りとなる。

付録 F　水平波長の長波長領域における内部慣性重力波に対する f_c 成分の影響

Fig. A4 は縦軸を σ/f_s の無次元周波数，横軸を K_H/m の無次元波数（$m>0$）として，(1) 式を用いて作成した分散曲線図であり，「慣習的な f 平面」の波の代表として (a) $\theta=0°$ と 180° の東西伝播，「非慣習的な f 平面」の波の代表として (b) $\theta=90°$ と $-90°$ の南北伝播の 2 ケースを示した。成層強度は $N=10f_s$（紺色線），$4f_s$（青線），$2f_s$（水色線），$1f_s$（緑線），$0f_s$（赤線）の 5 段階を選んだ。両ケースとも左側・中央・右側の図は右側ほど水平波長の長波長領域を拡大表示（σ/f_s～1，K_H/m～0）しているだけで，同じ図である。弱成層（$N=0$～$2f_s$）における両ケースの相違は，全波数領域において容易に認められる。一方，強成層（$N=4$～$10f_s$）の相違は，長波長領域を拡大表示することで認められるようになる。

よく知られているように，「慣習的な f 平面」の波の長波長極限（$K_H/m\to 0$）は慣性振動流（$\sigma/f_s\to 1$）となり（上段図の○印），水平方向の群速度 Cg は成層強度 N によらず，常に $Cg=0$ である。それと比較して，「非慣習的な f 平面」の波も $K_H/m\to 0$ で $\sigma/f_s\to 1$ になるものの（下段図の○印），この慣性振動流の群速度は $Cg>0$ なので北向きのエネルギー伝播を示す。なお，「非慣習的な β 平面」の近慣性波の線形理論（Winters *et al.*, 2011）でも，慣性緯度を超えて北向きへエネルギー伝播する解が得られる。本文中の (6) 式を用いて，$K_H/m=0$ のときの群速度を求めると

$$Cg=\frac{f_c}{m}\sin\theta \qquad \text{(A20)}$$

となる。この式は成層強度 N の関数ではないため，成層の強い表層の慣性振動流（水平波長の長波長極限）においても成立する。さらに，「非慣習的な f 平面」の波の慣性周期変動（$\sigma/f_s=1$）にはもう一つの解がある。それは

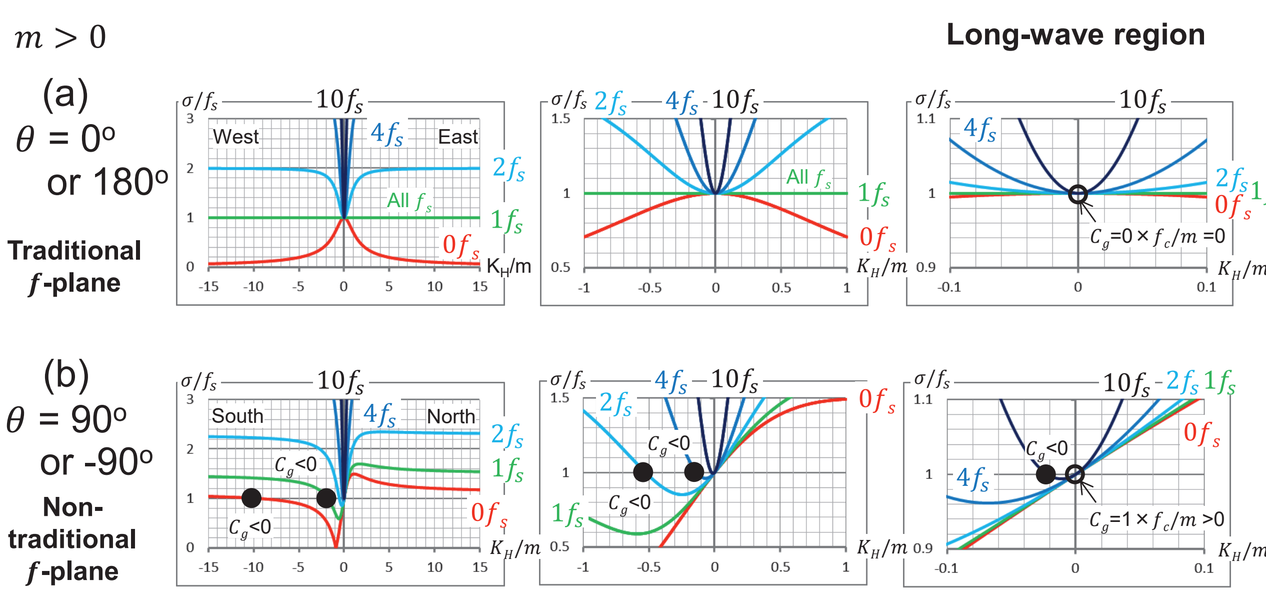

Fig. A4　Dispersion relations (frequency σ/f_s versus wavenumber K_H/m) for (a) zonal ($\theta=0°$, 180°) and (b) meridional ($\theta=90°$, $-90°$) propagation in the five buoyancy frequency ranges of $N=10f_s$, $4f_s$, $2f_s$, $1f_s$, and $0f_s$. The three figures in each case are the same, but the enlarged range of wavenumber ratio K_H/m toward the right-hand side.

図中に●印で示したように，有限波長（$K_H/m \neq 0$）をもつので振動流ではなく，南方へエネルギー伝播（$Cg<0$）する波である。この●印の波数を（1）式から求めると

$$\frac{K_H}{m} = \frac{-2f_s f_c \sin\theta}{N^2 + {f_c}^2 \sin^2\theta - {f_s}^2} \tag{A21}$$

となり，N が分母にあることから，この波は成層が強いほど長波長になることがわかる。このように，f_c 成分は成層強度 N の大きな表層の内部慣性重力波にも影響を与え，完全な慣性周期変動であっても（必ずしも近慣性周期変動でなくても，という意味），南方へエネルギー伝播する波動解が存在する。

References

福島繁樹・小嶋哲哉 (2011): 日本海の深海底付近で観測された深層流の特徴. 海洋情報研究報告, **47**, 32-43.

Gamo, T. and Y. Horibe (1983): Abyssal Circulation in the Japan Sea. *J. Oceanogr. Soc. Japan*, **39**, 220-230.

Gerkema, T. and V.I. Shrira (2005): Near-inertial waves in the ocean: beyond the 'traditional approximation'. *J. Fluid Mech.*, **529**, 195-219.

Gill, A.E. (1982): Atmosphere Ocean Dynamics, Academic Press, New York, 662 pp.

Haren, V.H. and C. Millot (2004): Rectilinear and circular inertial motions in the Western Mediterranean Sea. *Deep Sea Res.*, **51**, 1441-1455.

伊藤海彦・磯田豊・千手智晴 (2019)：日本海深層Bottom Water内におけるGyroscopic Waveの3波共鳴. 北大水産彙報, **69**, 1-17.

黒田寛・磯田豊・大西光代・岩橋雅行・佐藤千鶴・中山智治・伊藤集通・伊勢田賢一・西沢慶介・島茂樹・外川織彦 (2003):日高湾西部陸棚上における10日，25日，60日周期流速変動. 海の研究, **12**, 195-214.

LeBlond, P.H. and L.A. Mysak, (1978): Waves in the Ocean. Elsevier, New York, 602 pp.

Matsuno, T., T. Endoh, T. Hibiya, T. Senjyu and M. Watanabe (2015): Formation of the well-mixed homogeneous layer in the bottom water of the Japan Sea. *J. Oceanogr.*, **71**, 441-447.

Mori, K., T. Matsuno and T. Senjyu (2005): Seasonal/spatial variations of the near-inertial oscillations in the deep water of the Japan Sea. *J, Oceanogr.*, **61**, 761-773.

Park, Y.G., J.H. Park, H.J. Lee, H.S. Min and S.D. Kim (2013): The effects of geothermal heating on the East/Japan Sea circulation. *J. Geophys. Res. Oce.*, **118**, 1893-1905.

Senjyu, T., Y. Isoda, T. Aramaki, S. Otosaka, S. Fujino, D. Yanagimoto, T. Suzuki, K. Kuma and K. Mori (2005): Benthic Front and the Yamato Basin Bottom Water in the Japan Sea. *J. Oceanogr.*, **61**, 1047-1058.

Senjyu, T., and H.R. Shin (2021): Flow intensification due to the superposition of near-inertial internal waves in the abyssal Yamato and Tsushima Basins of the Japan Sea (East Sea). *J. Geophy. Res. Oce.*, **126**, 2020JC016647. https://doi. org/10.1029 /2020JC016647.

Straneo, F., M. Kawase and S.C. Riser (2002): Idealized models of slantwise convection in a baroclinic flow. *J. Phys. Oceanogr.*, **32**, 558-572.

荘司堅也・磯田豊・久万健志・荒巻能忠 (2015):日本海深層循環における底層水の形成. 北大水産彙報, **65**, 17-29.

Takematsu, M., Z. Nagano, A.G. Ostrovskii, K. Kim and Y. Volkov (1999a): Direct measurements of deep currents in the northern Japan Sea. *J. Oceanogr.*, **55**, 207-216.

Takematsu, M., A.G. Ostrovski, Z. Nagano (1999b): Observation of eddies in the Japan Basin interior. *J. Oceanogr.*, **55**, 237-246.

植田純生・磯田豊 (2022)：日本海の高塩分中層域を経由するオーバーターニング循環の2010年代の経年変化. 海の研究, **31**, 47-69.

Watanabe, M. and T. Hibiya (2018): A near-inertial current event in the homogeneous deep layer of the northern Sea of Japan during winter. *J. Oceanogr.*, **74**, 209-218.

Winters, K.B., P. Bouruet-Aubertot, T. Gerkema (2011): Critical reflection and abyssal trapping of near-inertial waves on a β-plane. *J. Fluid Mech.*, **684**, 111–136.

山内泰孝・荘司堅也・磯田豊・有田駿・河野航平・藤原将平・方曉蓉・朝日啓二郎・伊田智喜・久万健志・館野愛実・今井圭理・大和田真紀 (2015):日本海深層の底層フロントに捕捉されたfN振動. 海の研究, **24**, 147-169.

Yasuda, Y and K. Sato (2013): The effect of the horizontal component of the angular velocity of the Earth's rotation on inertia-gravity waves. *J. Meter. Soc. Japan*, **91**, 23-41.

Reflection of near-inertial Gyroscopic Wave on the sea bottom in the abyssal Japan Sea

Yurika Echigo[1]*, Umihiko Itoh[2] and Yutaka Isoda[1]

Abstract

In weak stratification, the horizontal component of the Earth's rotation vector $\Omega \cos\varphi$ (φ and Ω represent the latitude and angular velocity, respectively) plays a crucial role in the behavior of near-inertial waves. In the limit for $N = 0$, such as the Bottom Water in the abyssal Japan Sea, the momentum equations yield a solution for a pure inertio wave (also called Gyroscopic Wave: GsW). However, there is little observational evidence to support the existence of GsW. In this study, we theoretically show an asymmetric ray path from the GsW dispersion relation along with a weak stratification. Additionally, it is demonstrated that when southward propagating near-inertial GsW reflects on the sea bottom, it enables an irreversible transformation of a vertical low-wavenumber to a vertical high-wavenumber. Interestingly, the rotation of the horizontal current ellipse (horizontal projection of true current ellipse) for the incident wave changes transiently from clockwise to anti-clockwise although the reflected wave rotates truly clockwise. Based on this knowledge and the reproduction experiment for GsW using a numerical model, the evidence suggesting a reflection of GsW could be found in the current data of the mooring system installed near the sea bottom.

Key words: Bottom Water in the Japan Sea, near-inertial wave, Gyroscopic Wave (GsW), current data of mooring system, numerical model experiment

(Corresponding author's e-mail address: echigo.yurika.s8@elms.hokudai.ac.jp)
(Received 15 February 2022: accepted 15 August 2022)
(doi: 10.5928/kaiyou.31.4-5_71)

1 Graduate School of Fisheries Science, Hokkaido University, 3-1-1 Minato-cho, Hakodate, Hokkaido 041-8611, Japan
2 NEC Corporation, 5-7-1 Shiba-cho, Minato-ku, Tokyo 108-0014, Japan
* Corresponding author: Yurika Echigo
TEL : 090-8270-2636
e-mail : echigo.yurika.s8@elms.hokudai.ac.jp