海の研究(Oceanography in Japan), 30(6), 255−275, 2021, doi: 10.5928/kaiyou.30.6_255

— 総 説 —

海洋乱流現象を特徴付ける種々のスケールと無次元数，並びに渦拡散係数の推定*

中野 知香[1,2]**・吉田 次郎[1]

要 旨

鉛直渦拡散係数の強さは海洋大循環の構造に寄与し，ひいては気候変動に影響を及ぼすことが知られている。そのため鉛直渦拡散係数の全球的な推定が求められているが，限られた航海時間で推定に用いる乱流（粘性散逸率 ε）の直接観測を重点的に行うことは難しい。また，観測を行えたとしても乱流のエネルギー源となる風・潮汐・内部波の砕波・海面冷却など多岐にわたる現象を理解するとともに，膨大な量の乱流自身を特徴付けるパラメータについて理解しておく必要があるため，統一的に理解しづらいのが現状である。そこで本総説では，海洋乱流現象を解析する上で用いられる数 mm から数 10 m に及ぶ長さスケール，無次元数の持つ意味について整理するとともに，特に船舶観測データを用いた海洋乱流エネルギー散逸率の推定方法について解説を行う。

キーワード：乱流現象，乱流スケール，無次元数，渦拡散係数

1. はじめに

乱流は表層，内部領域，海底付近など様々な場所に存在する混合現象である。数 mm スケールの現象であるにもかかわらず，乱流を理解するためには，乱流のエネルギー源である海洋中のあらゆる混合現象，例えば内部波（Niwa and Hibiya, 2014）や黒潮親潮混合域の貫入現象（Nagasaka *et al.*, 1999）のような数百 m 規模の現象などについて理解を深めておく必要がある。それは，内部波が急峻な海底に入射し砕波することで乱流が発生（Polzin *et al.*, 1997）すること，流速シャーが局所的な水のひっくり返り「密度逆転渦」を引き起こしその渦が崩壊する過程で乱流が発生する（Smyth *et al.*, 2001）といったように，より大きな現象と乱流が密接に関係しているからである。

前述のように，海洋中ではより大きな現象（例えば内部波や流速シャー）からより小さな現象（乱流）へとエネルギーが遷移しているが（Henyey *et al.*, 1986），海洋大循環の数値シミュレーションでは混合現象の結果としての水温，塩分，密度の鉛直渦拡散係数の強弱でその存在が表現されることが多い。そしてその強さは海洋大循環

＊ 2021 年 3 月 8 日受領 2021 年 10 月 12 日受理

1 東京海洋大学
〒108−8477 東京都港区港南 4−5−7
2 （現）産業技術総合研究所 環境創生研究部門 環境生理生態研究グループ
〒305−8569 茨城県つくば市小野川16-1
**連絡著者：中野知香
e-mail : nakano.hrk@gmail.com; nakano.hrk@aist.go.jp

の構造に寄与し，ひいては気候変動に影響を及ぼすことが知られている（例えば，Bryan, 1987; Munk and Wunsch, 1998）。そのため，鉛直渦拡散係数及びその算出に用いる粘性散逸率 ε の全球的なマッピングが求められている。また，乱流は場を一様にする効果を持つことから，海洋では下層と上層の海水を混合し，結果として栄養塩などの物質を下層から上層へと輸送する効果を持つ（Crawford and Dewey, 1989）など，海洋において重要な役割を担っている。しかしながら限られた航海時間で乱流（ε）の直接観測を重点的に行うことは難しい。そのため，乱流やそのエネルギー源である渦による水のひっくり返りの大きさや内部波による場のゆがみを用いた鉛直渦拡散係数の間接的な評価「パラメタリゼーション」が全球的に進められてきた（例えば Over turning: Thorpe 1977; Dillon 1982; Internal wave: Garret and Munk 1975; Gregg 1989; Kunze *et al.*, 2006; Polzin *et al.*, 1995 など）。

パラメタリゼーションを用いるにあたっては，前述のような乱流のエネルギー源となる風・潮汐・内部波の砕波・海面冷却など多岐にわたる現象を理解するだけでなく，乱流自身を特徴付けるパラメータについて理解しておく必要がある。なぜならば，直接観測で用いられているパラメータとパラメタリゼーションで用いられているパラメータ間の関係を理解していなければ，用いたパラメタリゼーションがその海域において適切かどうかが判断できないからである。またこの関連を理解していなければ誤った解析を行ってしまい，誤評価につながる恐れがある。しかしながら乱流について関連するパラメータが非常に多いため，統一的に理解しづらいのが現状である。

乱流現象について取り扱った教科書は海外の研究者により数多く執筆されているが（例えば，Burchard, 2002; Thorpe, 2005; Gregg, 2021），和文で記述されたものは「詳論 沿岸海洋学」第 5 章（2013）程度である。更に，現場乱流観測データから乱流エネルギー散逸率を計算する具体的な方法，並びに鉛直渦拡散係数を推定する手順について解説したものは皆無であるといえる。そこで本総説では，船舶観測データを用いた海洋乱流エネルギー散逸率推定と鉛直渦拡散係数推定に関わるパラメータについて解説を行うことで，今後の乱流研究に資することを目的とした。以降の章では，まず 2 章では乱流について概説を行うとともにそのエネルギーバランスから導出され，ε の直接推定に関わる力学的スケールを解説する。3 章では 2 章で解説したスケールを用いて得ることのできる ε の直接推定手法に関して整理するとともに，乱流の各スケールを用いることで求められる無次元数の持つ意味合いについて解説を行う。ε の直接推定には専用の観測機器が必要であり，このことは乱流を用いた研究の発展の妨げになっていることから，4 章では乱流のエネルギー源である密度逆転を意識した渦スケールについて論じるとともに，同スケールを用いた間接推定（パラメタリゼーション）について解説する。

2. 乱流とは

2.1. Reynolds Number

乱流は渦運動であり，不規則かつ等方性を持つ微細な混合現象のことである。本章ではまず海洋だけでなく広く一般に用いられている場の乱れの程度 Reynolds Number *Re* について理解を深めることにする。

Re は運動方程式において，乱れのエネルギー源である慣性力と乱れを抑制する粘性力の比から導出される無次元数である。具体的には，場の速度スケール U〔m/s〕，長さスケール L〔m〕，動粘性係数 υ〔m^2/s〕より得ることができる。

$$\left.\begin{array}{l} u\dfrac{\partial u}{\partial x}\,(\text{inertial force}) \sim \dfrac{U^2}{L} \\ \upsilon\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}\,(\text{viscous force}) \sim \upsilon\dfrac{U}{L^2} \end{array}\right] \dfrac{(\text{inertial force})}{(\text{viscous force})}$$

$$= \frac{\dfrac{U^2}{L}}{\upsilon\dfrac{U}{L^2}} = \frac{UL}{\upsilon} = Re \qquad (1)$$

Reynolds（1893）は管内流中にインクを流す実験により，流れの状態が *Re* によって記述されることを見いだし，管内流において，$Re > 2\times10^3$ で層流（Laminar flow）から乱流（Turbulent flow）へと遷移することを指摘している。ただし，慣性力が粘性力よりも非常に大きい場合（$Re >> 1$）系は乱流状態になるものの，実際にどの程度

混ざるかは成層状態によって異なる。また海洋においては，乱流スケールの Re を計測することは難しいため，実際は 2.3 節，3.2 節で述べるようにスケールや無次元数を用いて見積もられている。

2.2.　乱流エネルギー方程式及び水温散逸方程式

乱流及び力学的スケールを理解するにあたり前提となるのは，定常状態を仮定した乱流エネルギー（Turbulent kinetic energy; 以降 TKE）方程式と乱流による水温摂動の保存方程式（Temperature variance conservation equation）である。まず等方性乱流の仮定の下，TKE 方程式は式（2）のように与えられる（方程式の導出については，Nakano and Yoshida（2019）を参照されたい）。

$$-\overline{u'w'}\frac{\partial \overline{U}}{\partial z}=\boldsymbol{g}\frac{\overline{\rho' w'}}{\rho}+\frac{15}{2}\upsilon\overline{\left(\frac{\partial u'}{\partial z}\right)^2}$$
$$\therefore P=J_b+\varepsilon \tag{2}$$

ここで，u', w' は x, z 方向の摂動速度[1]，$\overline{u'w'}$ は乱流エネルギーフラックス。$\frac{\partial \overline{U}}{\partial z}$，$\frac{\partial u'}{\partial z}$ はそれぞれ背景場における x 方向の速度，摂動速度の鉛直勾配である。ρ および ρ' は密度とその摂動，$\boldsymbol{g}$ は重力加速度，υ は動粘性係数（～10^{-6} m^2/s。値については Gregg（2021）の 40 ページを参照），$\overline{\rho' w'}$ は乱流による密度フラックスである。また，ε は乱流エネルギー散逸率（粘性散逸率とも）と呼ばれ，粘性によって乱流の運動が熱に変化する量である。（$\overline{(\quad)}$）は平均を示しており，z 軸は鉛直上向きである。

ここで安定成層場かつ，一様な背景速度勾配場において，乱流による渦運動を考える（Fig. 1a および 1b）。左辺の乱流運動エネルギー生成項（P）は背景速度勾配が正で，渦の右側では $u'>0$, $w'<0$，左側では $u'<0$, $w'>0$ となるので，乱流による Reynolds 応力 $\overline{u'w'}$ が負となり，正の値をとることが分かる。また，右辺第一項の浮力フラックス項（J_b）は，乱流渦活動によって，周囲より軽い水が下方輸送されたり（$\rho'<0$, $w'<0$），周囲より重い水が上方輸送される（$\rho'>0$, $w'>0$）ことを反映して正となる。第三項の粘性によるエネルギー散逸率項（ε）は正であるので，この二項は乱流エネルギーの吸い込みとなる。それぞれ単位質量・単位時間あたりのエネルギーであり，単位は〔$W/kg=m^2/s^3$〕。即ちこの式は，速度シャーに対する Reynolds 応力の仕事により系に乱流運動エネルギーが注入され，その一部が成層を弱め，系の位置エネルギーが増加する（混合する）ために使われ，残りは粘性により熱となり散逸されることを意味する。

次に水温安定成層を考え，水温平均場 $\overline{T}$ に対する水温摂動 T' を考えると，等方性乱流の仮定の下，以下のように与えられる。

$$-\overline{T'w'}\frac{\partial \overline{T}}{\partial z}=\frac{1}{2}\chi_T \tag{3}$$

ただし，$\chi_T=6k_T\overline{\left(\frac{\partial T'}{\partial z}\right)^2}$ である。ここで，$\frac{\partial \overline{T}}{\partial z}$ は背景場における水温鉛直勾配，$\overline{T'w'}$ は乱流による熱フラックス，χ_T は分子拡散による水温摂動散逸率，k_T は熱分子拡散係数（～10^{-7} m^2/s。値については Gregg（2021）の 40 ページを参照）である。単位は〔$℃^2/s$〕である。式（2）の場合と同様に，安定な水温鉛直勾配場において乱流による渦運動を考えると（Fig. 1c），渦の右側では $T'>0$, $w'<0$，左側では $T'<0$, $w'>0$ となるので，乱流による熱フラックス $-\overline{T'w'}$ が正となることから，左辺は乱流による正の熱の輸送を示し，式（1）での乱流エネルギー生成項に相当する。そして右辺は，乱流によって生成された熱の分散が分子拡散により消散されることを意味している。

2.3.　Kolmogorov microscales

混合現象は渦運動の集合体であるが，その中で最も小さな渦運動の長さ・時間・速度スケールが Kolmogorov microscales である。このスケールは Kolmogorov の第一仮説（Kolmogorov, 1941）に基づき導出される。この仮定とは

- 大きなスケールの運動（低波数）は粘性の影響を受けない。
- 小さいスケールの運動（高波数）は大きなスケールの運動の影響を受けない。
- そして，そのような小さなスケールの運動の時間，空間，速度スケールはエネルギー散逸率 ε と動粘性

[1] ある物理量 X に対しその平均を $\overline{X}$ その摂動を X' で表す（$X=\overline{X}+X'$）。

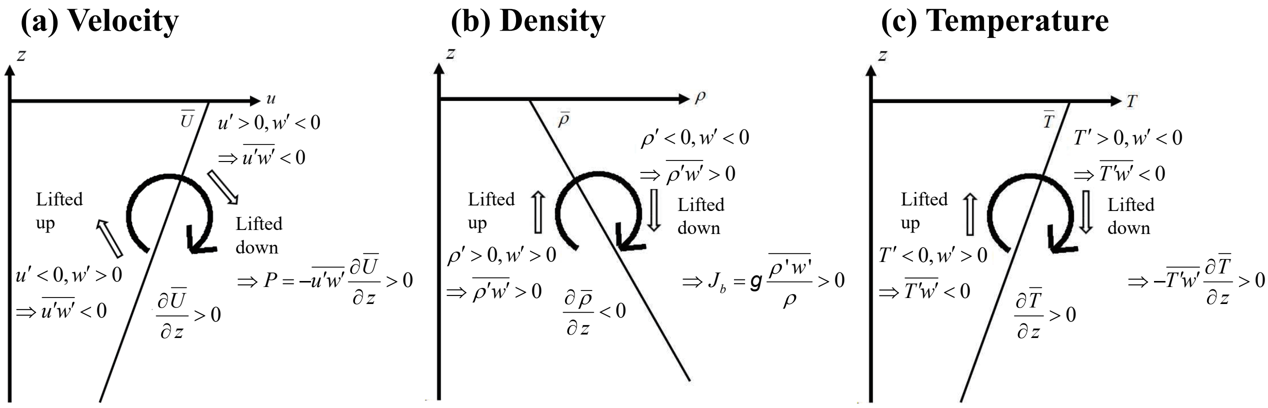

Fig. 1.　Schematic illustrations of turbulent eddies in the presence of (a) uniform vertical velocity shear, (b) stable density gradient, and (c) stable temperature gradient. The white arrows indicate the movement directions of properties.

　係数 υ によって決まる。

の三つであり，これらはコルゴモロフの普遍平衡理論（Kolmogorov's Universal Equilibrium Theory）と呼ばれる。長さを L〔m〕，時間を T〔s〕とすると，ε : $[L^2\,T^{-3}]$，υ : $[L^2\,T^{-1}]$ の次元を持つので，次元解析を元に長さのスケール L_K〔m〕は

$$L_K = \varepsilon^{-\frac{1}{4}} \cdot \upsilon^{\frac{3}{4}} = \left(\frac{\upsilon^3}{\varepsilon}\right)^{\frac{1}{4}} \tag{4}$$

となる。この L_K を Kolmogorov length scale（例えば Tennekes and Lumley, 1972 を参照）と呼び，逆数をとったものは

$$k_K = \frac{2\pi}{L_K} \tag{5}$$

Kolmogorov wave number と呼ばれる。波数の次元は〔radian/m もしくは rad/m〕で記述されるが，スペクトルを波数に対してプロットする場合には，$\frac{1}{L_K}$〔cycle/m もしくは cpm〕で記述する場合があるため，乱流解析においてはこの表記の違いに留意する必要がある。

　また，Kolmogorov microscale での Reynolds number は直接計測することは難しいものの，Kolmogorov microscale の時間スケール（Kolmogorov time scale）τ_K〔s〕と，速度スケール（Kolmogorov velocity scale）v_K〔m/s〕は次元解析により，$\tau_K = \left(\frac{\upsilon}{\varepsilon}\right)^{\frac{1}{2}}$, $v_K = \frac{L_K}{\tau_K} = (\varepsilon\upsilon)^{\frac{1}{4}}$ となるので，各スケールを用いることで，

$$Re = \frac{v_K L_K}{\upsilon} = \frac{\left(\frac{\upsilon^3}{\varepsilon}\right)^{\frac{1}{4}}(\varepsilon\upsilon)^{\frac{1}{4}}}{\upsilon} = 1 \tag{6}$$

と得ることができる。即ち，Kolmogorov microscale では粘性が十分に効いており，粘性力が慣性力に対抗するために長さスケールを調整してバランスしていることを意味する（例えば Tennekes and Lumley, 1972 参照）。そのため，L_K は乱れ渦の最小スケール（最大波数）を与える。即ち，大きなスケール（後述の Ozmidov length scale, 低波数）の渦運動により注入されエネルギーが，粘性の影響を受けない慣性小領域（Inertial subrange）を経て，粘性により散逸される最小スケールの渦（最大波数の渦）へと遷移するスケールを意味している（Fig. 2；ただし，図のスケールは誇張して示してある）。この慣性小領域はエネルギーが注入される渦のスケールと散逸されるスケールの差が大きくなると形成され（式（1）の Re 数 $> O(10^3)$ と十分に大な場合），動粘性は無視でき，エネルギースペクトルは ε と波数 k のみによる。そこで ε : $[L^2\,T^{-3}]$，k : $[L^{-1}]$ について次元解析を用いて，単位質量かつ単位波数あたりのエネルギー E : $[L^3\,T^{-2}]$ の次元を作ると，

$$E=\alpha\varepsilon^{\frac{2}{3}}\cdot k^{-\frac{5}{3}} \tag{7}$$

となる。これにより慣性小領域においてエネルギースペクトルは，エネルギー散逸率 ε の 2/3 乗，並びに波数 k の－5/3 乗に比例することがわかる（これを Kolmogorov's －5/3 power law と呼ぶ；Fig. 2）。

2.4.　Ozmidov length scale

安定成層流体中で渦運動により水塊が上下に移動するスケールである。Fig. 2 上向き矢印に示すように，このスケールで系にエネルギーが注入されると考えられる。長さスケールを L_O〔m〕とすると，ε:［L^2T^{-3}］と浮力振動数 N:［T^{-1}］から次元解析より，

$$L_O=\varepsilon^{\frac{1}{2}}N^{-\frac{3}{2}}=\left(\frac{\varepsilon}{N^3}\right)^{\frac{1}{2}} \tag{8}$$

と求められる。この L_O を Ozmidov length scale と呼ぶ（Ozmidov, 1965）。

Ozmidov length scale は慣性力と浮力がバランスするスケールである（例えば Mater *et al*., 2015 を参照）。即ち，慣性力で下方（上方）の重い水塊が上方に（下方に）動いたとき，復元力（浮力）との兼ね合いで移動できる距離 l が決まる。まず慣性力により密度の擾乱 ρ' が発生した（ここで，$\frac{\partial\bar{\rho}}{\partial z}$は背景の安定密度鉛直勾配）とする。Boussinesq 近似の下，二次の微小量を省略した密度保存式 $\frac{\partial\rho'}{\partial t}+w\frac{\partial\bar{\rho}}{\partial z}=0$ は$\frac{\partial\rho'}{\partial t}+\frac{\partial l}{\partial t}\frac{\partial\bar{\rho}}{\partial z}=0\left(\because w=\frac{\partial l}{\partial t}\right)$と変形され，$\frac{\partial}{\partial t}\left(\rho'+l\frac{\partial\bar{\rho}}{\partial z}\right)=0$より $\rho'+l\frac{\partial\bar{\rho}}{\partial z}=\text{constant}=0$ とする。これにより浮力は

$$\frac{\rho'}{\rho}\boldsymbol{g}=-l\frac{\boldsymbol{g}}{\rho}\frac{\partial\bar{\rho}}{\partial z}=lN^2$$
$$\therefore \rho'\boldsymbol{g}(\text{buoyancy})\sim\rho N^2 l \tag{9}$$

と表される。

次に，慣性力は等方性乱流の仮定の下，移流項 $\rho u\frac{\partial u}{\partial x}\sim\rho\frac{u^2}{l}$とする。ここで Taylor（1935）は大規模スケール（数 m スケール，Fig. 2 で左のピーク付近の

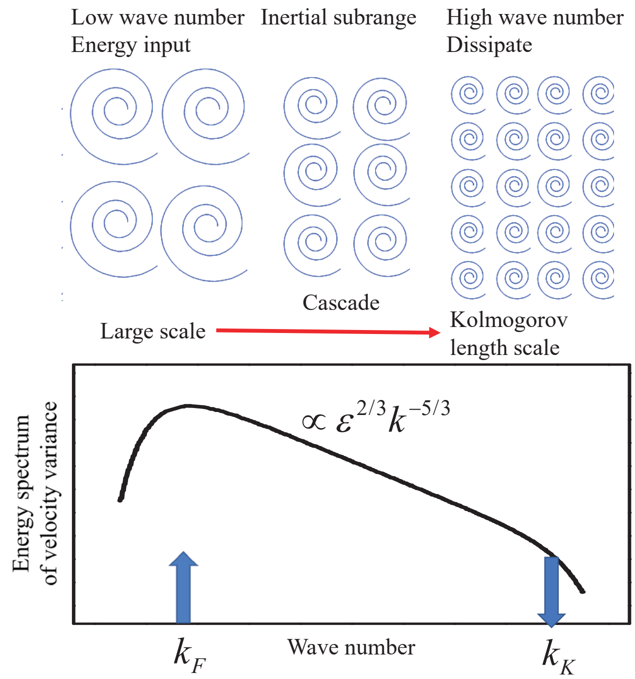

Fig. 2.　Schematic illustrations of eddy cascade from large scale (low wavenumber) to small scale (high wave number) (Upper), and of kinetic energy spectrum (Lower). Turbulent energy is forced at a low wavenumber k_F (the Ozmidov wave number) and cascades at a high waver number k_K (the Kolgomorov wave number) through the inertial subrange. Note that in this subrange, the energy spectrum is proportional to $\varepsilon^{\frac{2}{3}}k^{-\frac{5}{3}}$.

スケール）の変動において，単位質量あたりの運動エネルギーを～ u^2 とし，慣性小領域を経て小規模スケールへの単位時間当たりのエネルギー移行の割合を$\frac{u}{l}$とすると，エネルギー移行は～ $u^2\frac{u}{l}=\frac{u^3}{l}$となることを示している。このエネルギーが $\varepsilon\sim\frac{u^3}{l}$の割合で散逸されるので慣性力は

$$u\sim(l\varepsilon)^{\frac{1}{3}}\ \therefore\rho\frac{u^2}{l}=\rho\left(\frac{\varepsilon^2}{l}\right)^{\frac{1}{3}} \tag{10}$$

となる。式（9）の浮力と式（10）の慣性力とがバランスするので l について整理すると

$$l = L_O = \left(\frac{\varepsilon}{N^3}\right)^{\frac{1}{2}} \tag{11}$$

のように，Ozmidov length scale を得る。このスケールが水塊移動距離の上限を与える。即ち，慣性力（乱れの強制力）により系にエネルギーが注入される最大スケール（最小波数 $k_F = \frac{2\pi}{L_O}$〔rad/m〕）の渦と言うことになる（Fig. 2）。

2.5. Batchelor length scale

水温成層を考え，乱流運動によりもたらされた水温摂動が熱分子拡散で平滑化される最小長さスケールである。熱分子拡散係数を k_T〔m^2/s〕，時間スケールを τ〔s〕，長さスケールを L_B〔m〕として水温摂動保存式 $\frac{\partial T'}{\partial t} \sim k_T \frac{\partial^2 T'}{\partial z^2}$ より

$$\tau^{-1} \sim k_T \frac{1}{L_B^2} \quad \therefore L_B = (k_T \tau)^{\frac{1}{2}} \tag{12}$$

ここで時間スケールとして Kolmogorov time scale（$\tau_K = \left(\frac{\upsilon}{\varepsilon}\right)^{\frac{1}{2}}$）を用いると，

$$L_B = \left[k_T \left(\frac{\upsilon}{\varepsilon}\right)^{\frac{1}{2}}\right]^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{\upsilon k_T{}^2}{\varepsilon}\right)^{\frac{1}{4}}$$

$$\therefore k_B = \left(\frac{\varepsilon}{\upsilon k_T{}^2}\right)^{\frac{1}{4}} \tag{13}$$

のように Batchelor length scale L_B〔m〕と Batchelor wave number k_B〔cpm〕を得る（Batchelor, 1959）。

ここまでの三スケールは力学的な観点から導かれたものである。式（4），（13）から，L_K と L_B の比をとると，

$$\frac{L_K}{L_B} = \sqrt{\frac{\upsilon}{k_T}} = \sqrt{10} \therefore L_K = \sqrt{10} L_B \tag{14}$$

を得る。これより一般に $L_K > L_B$（$k_B > k_K$）であり，水温などのスカラー摂動量は速度摂動量より微小なスケールまで遷移し，散逸する。これは水温の分子拡散の働きによるものだと考えることができる。一方，L_O は成層が弱いかもしくは強い乱流状態の時に大きな値をとること（式（11）），および L_K は乱流が強くなると小さくなることから，一般に $L_O > L_K$ である。弱い乱流状態の時には $L_O < L_K$ となる場合があるが，L_K が乱れ渦の最小スケールを示すことからこのような状態は現実的では無いと考えられている（Fig. 3）。

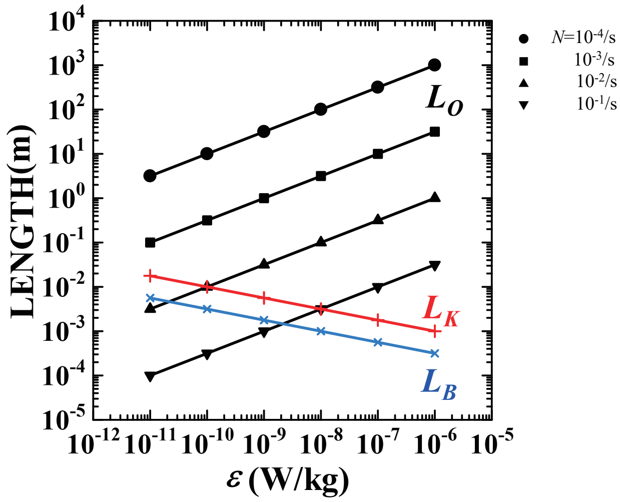

Fig. 3. Length scales with the variation of dissipation rate ε and buoyancy frequency N. The black lines represent the Ozmidov length scale $L_O = \left(\frac{\varepsilon}{N^3}\right)^{\frac{1}{2}}$, the red line represnts the Kolgomorov length scale $L_K = \left(\frac{\upsilon^3}{\varepsilon}\right)^{\frac{1}{4}}$, and the blue line represents the Batchelor length scale $L_B = \left(\frac{\upsilon k_T^2}{\varepsilon}\right)^{\frac{1}{4}}$. Here, the molecular diffusivity of heat and kinematic viscosity are taken to be $k_T = 10^{-7}$ m^2/sec and $\upsilon = 10^{-6}$ m^2/sec, respectively.

3. 乱流エネルギー散逸率の直接推定

3.1. 観測データの取り扱い

乱流にはさまざまなスケールが存在するが，そのどれもが非常に小さく特に TKE 方程式（式 2）で用いられる摂動速度の勾配：$\frac{\partial u'}{\partial z}$ を CTD や XCTD といった一般的な観測機器を用いて直接観測をするのは困難である。そのため乱流微細構造プロファイラーに備え付けられたサンプリング周波数 512 Hz のシャープローブを用いて計

測した速度の微細な変化を以下の手順で変換することで行う。

乱流微細構造プロファイラーで得た観測データは摂動速度の時間変化$\frac{\partial u'}{\partial t}$として得られる。そのため式 (15) で示すテーラーの凍結乱流仮説（Taylor, 1938）を用いることで摂動速度の鉛直変化$\frac{\partial u'}{\partial z}$に変換する必要がある。

$$\frac{\partial u'}{\partial t} = -W\frac{\partial u'}{\partial z} \quad (15)$$

ここで，W は乱流微細構造プロファイラーの降下速度である。テーラーの凍結乱流仮説を用いる際 W は一定である必要があることから，乱流微細構造プロファイラーの降下速度も一定としなければならない（Oakey (1982) は 0.5－0.6 m/s 程度を推奨)。よって，乱流微細構造プロファイラーを用いる場合には，内蔵されている錘の増減によって浮力を調整する必要がある。また，有線の場合には観測中の船舶の移動になどによってケーブルが張ってしまうことも避ける必要がある。

得られた$\frac{\partial u'}{\partial z}$は 2－10 m 間隔ごとにウインドウをずらしながらスペクトル（シャースペクトル）$E(k)$〔s^2/cpm〕に変換しその積分値を用いてエネルギー散逸率 ε を求める。

$$\varepsilon = \frac{15}{2}\upsilon\int_{1\mathrm{cpm}}^{k_K} E(k)\,dk \quad (16)$$

しかしながらこのデータは 1 回の観測から求めたものであるため，乱流変化の時間スケールが非常に小さいことを考慮すれば，代表性に疑義が生じる。そこで実用的には 50－100 m，100－150 m といったように一定間隔で bootstrap 平均を算出しその深さの ε とするケースや，複数のシャープローブが搭載されている場合にはその幾何平均値を ε とすることが多い。

また，積分区間は最小波数の渦スケール（1 cpm に設定することが一般的）から最大波数の渦スケール（Kolmogorov length scale）までである（Fig. 2）。この時，積分の上限を与える Kolmogorov length scale を決定する必要がある。式 (4) からわかるように，Kolmogorov length scale は ε によって変化するため，観測から得られたシャースペクトルを Nasmyth 普遍速度スペクトル（Nasmyth, 1970）にフィットさせ，Kolmogorov length scale を求める必要がある。Nasmyth (1970) は熱線流速計（Hot film anemometer）を用いて，エネルギースペクトル $\Phi(k)$［$m^2 s^{-2}$/cpm］そのものを求めているので，シャースペクトルにするためには，

$$E(k) = k^2\,\Phi(k)\,[\mathrm{s^{-2}/cpm}] \quad (17)$$

のように換算する必要がある（Oakey, 1982, 式 A (9))。これを Nasmyth スペクトルと呼ぶ。Fig. 4a の黒丸が Nasmyth スペクトルであり，数値は Oakey (1982, Table A1) で与えられているもので，実線は波数 k を Kolmogorov wave number で規格化した Nasmyth スペクトルの近似式

$$E\left(\frac{k}{k_K}\right) = k_K^2(\varepsilon\upsilon^5)^{\frac{1}{4}}\frac{8.05\left(\frac{k}{k_K}\right)^{\frac{1}{3}}}{\left\{1.0+\left(20.0\,\frac{k}{k_K}\right)^{3.7}\right\}}\,[\mathrm{s^{-2}/cpm}] \quad (18)$$

である（Wolk *et al*., 2002)。ここでは Oakey (1982) が例として用いた $\varepsilon = 7\times10^{-8}$ W/kg を用いており，この時の $k_K = 4.30\times10^2$ cpm である。式 (18) の係数 $(\varepsilon\upsilon^5)^{1/4}$ は式 (17) と整合性を持つように次元解析から決定された係数である（Oakey, 1982)。Nasmyth 普遍エネルギースペクトル $\Phi(k)$ では式 (7) で示したように，慣性小領域において波数 k の－5/3 乗に比例するが，式 (17) からわかるように，$k^2\times k^{-5/3} = k^{1/3}$ となるので慣性小領域で式 (18) のスペクトルは波数 k の 1/3 乗に比例する。Nasmyth スペクトルは ε と k_K をパラメータとして相似形を保って変化する（Fig. 4a)。乱流解析においては，シャープローブを用いて得られたシャースペクトルに，k_K を変化させて Nasmyth スペクトルを最小二乗法を用いてフィッティングさせることにより ε を求めることが一般に行われている。

一方で，Nasmyth スペクトルを用いずに水温の摂動から鉛直拡散係数を求めることもできる。Batchelor (1959) は乱流による水温場の歪み（strain）とスケールの大きな水温勾配により駆動される水温に関する移流拡散方程式から，水温勾配のスペクトル（Batchelor スペクトル）と

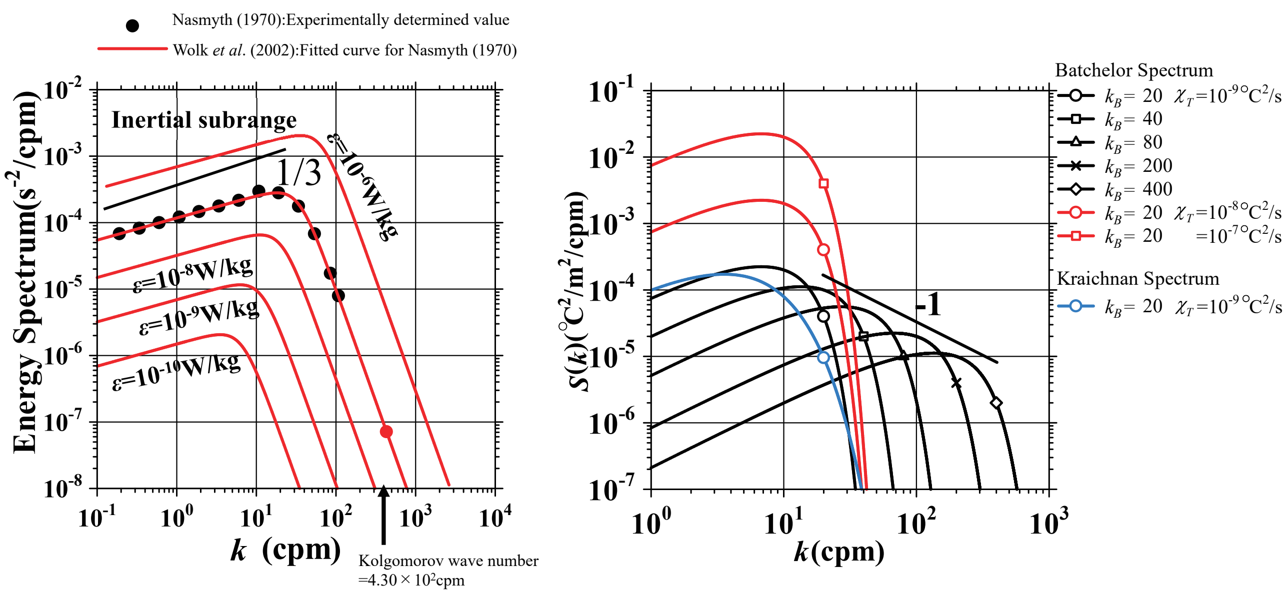

Fig. 4. Shear and temperature gradient spectra used in observations, (a) the Nasmyth spectrum (solid black circles) and (b) the Batchelor spectrum. In panel (a), the red line represents the fitted curve by Wolk *et al.* (2002). Note that numerical values for the Nasmyth spectrum were tabulated by Oakey (1982). In the inertial subrange, the curve follows the slope of 1/3, and the Kolgomorov wave number in this case ($\varepsilon = 7 \times 10^{-7}$ W/kg) is $k_K = 4.30 \times 10^2$ cpm (solid red circle). The black lines show the variation of the spectrum with ε. These curves are self-similar. In panel (b), the Batchelor spectrum (black and red lines) ranges from the Batchelor wave number k_B and the temperature variance χ_T. These curves are self-similar and change following the -1 power of k_B. Changing χ_T shifts the spectrum vertically. The Kraichnan spectrum (blue line) is shown for comparison. Symbols in figure 4b show positions of k_B.

して以下を得ている。

$$S(k\,;k_B,\chi_T)=\left(\frac{q}{2}\right)^{\frac{1}{2}}\frac{\chi_T}{k_B\,k_T}f(\alpha)$$

$$f(\alpha)=\alpha\left[\exp\left(-\frac{\alpha^2}{2}\right)-\alpha\int_\alpha^\infty\exp\left(-\frac{x^2}{2}\right)dx\right],$$

$$\alpha=\frac{k}{k_B}\sqrt{2q} \qquad (19)$$

スペクトルの単位は〔°C^2 m^{-2}/cpm〕である。q は定数であり，Dillon and Caldwell（1980），Oakey（1982）らは $q = 3.4 \sim 4.1$ の間の値を用い，Ruddick *et al.*（2000）では 3.4 を用いている。一方，Kraichnan（1968）は Batchelor スペクトルを改訂し，以下の式を得ている（Roget *et al.*, 2006）。

$$S(k\,;k_B,\chi_T)=\frac{\chi_T q_K^{\frac{3}{2}}}{k_B^3 k_T}\frac{\exp(-\sqrt{6}\,y_k)}{y_k},$$

$$y_k=\sqrt{q_K}\,\frac{k}{k_B} \qquad (20)$$

スペクトルの単位は同様に〔°C^2 m^{-2}/cpm〕である。ここで，q_K は定数であり，Goto *et al.*（2016）は 5.26 を用いている。これを Kraichnan スペクトルと呼ぶ。この両スペクトルは χ_T と k_B をパラメータとして相似形を保って変化する（Fig. 4b）。Batchelor スペクトル（$q = 3.4$）のパワーは k_B の-1乗のスロープに従って変化している。Kraichnan スペクトル（$q_k = 5.26$）の方が高波数側で緩やかにスペクトルが低下している様子がわかる。乱流解析においては，観測された χ_T を用い，k_B を変化させ，MLE（Maximum Likelihood Estimation 最尤法）を用い

てフィッティングし，最もフィットした場合の k_B より式（13）を用いて ε を求めることが一般に行われている。現場観測データで Nasmyth スペクトル，Batchelor スペクトルまたは，Kraichnan スペクトルを用いた乱流解析の詳細については，Ruddick *et al.*（2000），Goto *et al.*（2016）などを参照されたい。

3.2. 乱流観測データの解析時に用いる無次元数

3.2.1. Gradient Richardson number

海洋は連続的に成層しているため，成層の強さによって乱流の発達しやすさが異なることが知られている。そこで導入された無次元数が Gradient Richardson number R_i である。成層シャー流体中で鉛直 2 次元の場を考えたとき，水平速度シャー $\left(\frac{\partial \overline{U}}{\partial z}\right)$ による不安定効果（慣性力）と浮力 $\left(-\frac{\boldsymbol{g}}{\rho}\frac{\partial \overline{\rho}}{\partial z}=N^2\right)$ による安定効果の比（R_i）は次の式で与えられる。

$$\frac{(\text{Buoyancy force})}{(\text{Inertical force})}=\frac{-\frac{\boldsymbol{g}}{\rho}\frac{\partial \overline{\rho}}{\partial z}}{\left(\frac{\partial \overline{U}}{\partial z}\right)^2}=\frac{N^2}{\left(\frac{\partial \overline{U}}{\partial z}\right)^2}=R_i \tag{21}$$

系は $R_i < 1/4$ で場が不安定となることが理論的に求まっている（Miles and Howard Theorem, Miles, 1961; Howard, 1961）。また，水平流速（$\overline{U}, \overline{V}$）を考える場合には，

$$R_i=\frac{N^2}{\left(\frac{\partial \overline{U}}{\partial z}\right)^2+\left(\frac{\partial \overline{V}}{\partial z}\right)^2} \tag{22}$$

で定義されている。乱流観測を行う際には乱流へのエネルギーの遷移が確からしいことを示すために，R_i を合わせて示すことが望ましい。

3.2.2. Flux Richardson number

インプットされたエネルギーがどの程度浮力に費やされるか（安定成層状態を弱め，系の位置エネルギーが減少する（混合する））かの度合いを表す無次元数を Flux Richardson number R_f と呼ぶ。この無次元数は成層シャー流体中で，式（2）の定常状態の乱流エネルギー方程式において乱流エネルギー生成項と浮力エネルギーの比で定義される（式（23））。

$$R_f=\frac{\frac{\boldsymbol{g}}{\rho}\overline{\rho' w'}}{-\overline{u' w'}\frac{\partial \overline{U}}{\partial z}}=\frac{J_b}{P} \tag{23}$$

Osborn（1980）は Ellison（1957）の理論的な考察から 0.15 よりも小さいとしている。この数値は乱流エネルギーの 15％程度が安定成層を弱め，残りが粘性により散逸されることを意味している。しかしながら R_f は海洋観測では求めることが難しいため，実用的には次に説明する Mixing efficiency が用いられている。

3.2.3. Mixing efficiency 並びに乱流 Prandtl 数

一次の乱流クロージャーモデル（中西, 2011）の基に浮力フラックス $\overline{\rho' w'}$ を密度渦拡散係数 K_ρ を用いて定義し $\left(\overline{\rho' w'}=-K_\rho\frac{\partial \overline{\rho}}{\partial z}\right)$，式（23）を変形し，式（2）を整理すると

$$-\overline{u' w'}\frac{\partial \overline{U}}{\partial z}=\frac{\frac{\boldsymbol{g}}{\rho}\overline{\rho' w'}}{R_f}=\frac{K_\rho N^2}{R_f}$$

$$-\overline{u' w'}\frac{\partial \overline{U}}{\partial z}=\varepsilon+\boldsymbol{g}\frac{\overline{\rho' w'}}{\rho}\ \therefore K_\rho\frac{N^2}{R_f}=\varepsilon+K_\rho N^2$$

$$K_\rho=\frac{R_f}{1-R_f}\frac{\varepsilon}{N^2}$$

$$=\Gamma\frac{\varepsilon}{N^2}:\left(\Gamma=\frac{R_f}{1-R_f}=\frac{\frac{\boldsymbol{g}}{\rho}\overline{\rho' w'}}{\varepsilon}=\frac{J_b}{\varepsilon}\right) \tag{24}$$

となり，エネルギー散逸率から密度渦拡散係数 K_ρ〔$\mathrm{m^2/s}$〕を推定することが出来る。ここで Γ を混合効率（Mixing efficiency）と呼んでいる。ここで Γ は，インプットされた乱流エネルギーが成層混合のために散逸される量 $\frac{\boldsymbol{g}}{\rho}\overline{\rho' w'}$ と同エネルギーが粘性により散逸される量 ε の比であるので，規格化散逸比（Scaled dissipation ratio）とも呼ばれる。ε は前述のスペクトルフィッティングから求めることができ，N^2 は CTD 観測可能な量であるから，Γ を求めることが出来れば，拡散係数を推定できることになる。前述のように Osborn（1980）は，$R_f < 0.15$ とした。このとき，$\Gamma=\frac{0.15}{1-0.15}=\frac{3}{17}<0.2$ となる。このた

め $\Gamma=0.2$ が拡散係数の推定に広く用いられている。

先に R_f は海洋観測では求めることが難しいと述べたが，十分に乱れた状態だとすると，Oakey（1982）は水温，塩分，密度の拡散係数（それぞれ K_T, K_S, K_ρ；単位は〔m^2/s〕）が等しいとして，式（24）と一次のクロージャー $\overline{T'w'}=-K_T\cdot\frac{\partial\overline{T}}{\partial z}$ を仮定した式（3）より

$$K_\rho=\frac{R_f}{1-R_f}\cdot\frac{\varepsilon}{N^2}=K_T=\frac{\chi_T}{2\left(\frac{\partial\overline{T}}{\partial z}\right)^2}$$

$$\Gamma=\frac{R_f}{1-R_f}=\frac{\chi_T N^2}{2\varepsilon\left(\frac{\partial\overline{T}}{\partial z}\right)^2} \tag{25}$$

を得た。右辺は観測可能量なので，R_f そして Γ を観測から求めることが出来る。

一方，式（23）は次のように変形することが出来る。

$$R_f=\frac{\frac{g}{\rho}\overline{\rho'w'}}{-\overline{u'w'}\frac{\partial\overline{U}}{\partial z}}=\frac{-K_\rho\frac{g}{\rho}\frac{\partial\overline{\rho}}{\partial z}}{K_v\left(\frac{\partial\overline{U}}{\partial z}\right)^2}=\frac{K_\rho}{K_v}\frac{N^2}{\left(\frac{\partial\overline{U}}{\partial z}\right)^2}$$

$$=\frac{K_\rho}{K_v}R_i\left(\because\overline{u'w'}=-K_v\frac{\partial\overline{U}}{\partial z}\right) \tag{26}$$

を得る。K_v〔m^2/s〕は運動量の乱流渦拡散（渦粘性）係数である。激しい乱流状態の場合 $K_\rho=K_v$ と考えられ，この時 $R_f=R_i$ となる。式（26）を書き換えると

$$\frac{R_i}{R_f}=\frac{K_v}{K_\rho}=Pr_t \tag{27}$$

を得る。ここで Pr_t は乱流プラントル数（Turbulent Prandtl number）と呼ばれる。Canuto *et al.*（2008）はLES（Large Eddy Simulation），DNS（Direct Numerical Simulation），SOC（Second Order Closure model），大気乱流の観測などの結果をまとめ，$R_i<<1$ の時，Pr_t は1に近づき，$R_i>>1$ の時，Pr_t は増大することを示している。一方，Kantha and Carniel（2009）は彼らの手法にならい，SOC モデルを用い R_f を R_i の関数として $R_f=0.25(1-\exp(-5R_i))$ を得ている。これらの事実は，強乱流状態（$R_i<0.25$）では R_f が 0.25 より小さくなり，Pr_t は1に近づくことおよび，この時スカラー量の拡散（水温，塩分，そして密度）と運動量の拡散（渦粘性）は等しくなることを示している。一方で R_i が1に近づき，弱乱流状態になると R_f は 0.25 に近づき，Pr_t は大きくなる。これは運動量の拡散がスカラー量の拡散よりも大きくなることを示している。この他にも，Zilitinkevich *et al.*（2008）は過去の室内実験の結果などをまとめ，$R_f=R_i/(0.8+5.0R_i)$ となることを示し，Kitamura *et al.*（2013）では，風洞水槽実験と LES の結果をまとめ，$R_f=1.43R_i/\{1+(R_i/1.11)^{0.564}\}$ なる結果を得ている。これらのモデルの結果は Pr_t は常に1ではないことを意味する。つまり水温，塩分，密度，運動量の拡散係数が異なり，Γ が一定値をとらない可能性を示唆するものである。Kantha and Carniel（2009）らの SOC モデルについては Nakano and Yoshida（2019）を参照されたい。

3.2.4. Cox number

水温成層のみを考え，水温平均場に対する水温摂動を考える。乱流の等方性の仮定の下，定常状態の水温摂動保存式（式（3））において $\overline{T'w'}=-K_T\cdot\frac{\partial\overline{T}}{\partial z}$ であるから

$$K_T=\frac{\frac{1}{2}\chi_T}{\left(\frac{\partial\overline{T}}{\partial z}\right)^2}=3\frac{k_T\overline{\left(\frac{\partial T'}{\partial z}\right)^2}}{\left(\frac{\partial\overline{T}}{\partial z}\right)^2}=3k_T C_x \tag{28}$$

を得る。$C_x=\frac{\overline{\left(\frac{\partial T'}{\partial z}\right)^2}}{\left(\frac{\partial\overline{T}}{\partial z}\right)^2}$ は Cox number と呼ばれる（Osborn and Cox, 1972）。乱流運動による水温摂動が大きい場合，Cox number が大きくなるため，水温の拡散係数も大きくなる。Osborn and Cox（1972）は式（28）を用いて水温渦拡散係数の導出を行ったが，現在では，3.1 節で述べた Batchelor スペクトル，または Kraichnan スペクトルのフィッティングを用いた渦拡散係数の推定が主流である。

3.2.5. Buoyancy Reynolds number

Dillon and Caldwell（1980）が導入し，Gargett *et al.*（1984），Gargett（1988）が詳しく議論した無次元数で，式（1）の Re と同様に速度スケール，長さスケール，粘性から定義されるが，成層乱流場を取り扱うので，Ozmidov length scale と浮力振動数を元にして定義される（Gregg and Sanford, 1988）。ε と浮力振動数 N から次元解析で求められる速度スケールは $U \sim \left(\frac{\varepsilon}{N}\right)^{\frac{1}{2}}$ より，Ozmidov length scale L_O（式 (8)）を用いて

$$R_{eb} = \frac{UL_O}{\upsilon} = \frac{\left(\frac{\varepsilon}{N}\right)^{\frac{1}{2}}\left(\frac{\varepsilon}{N^3}\right)^{\frac{1}{2}}}{\upsilon} = \frac{\varepsilon}{\upsilon N^2} \tag{29}$$

を得る。

式 (29) からは，Buoyancy Reynolds number が乱流場であるかどうかを判断する指標となることを理解するのは難しいが，Buoyancy Reynolds number が Ozmidov length scale（乱流の最大スケール）と Kolgomorov length scale（乱流の最小スケール）から組み立てられることを考えると，Buoyancy Reynolds number の意味合いがわかりやすくなる。即ち，それらのスケールの比から式 (30) が得られる。

$$\left(\frac{L_O}{L_k}\right)^{\frac{4}{3}} = \left[\frac{\left(\frac{\varepsilon}{N^3}\right)^{\frac{1}{2}}}{\left(\frac{\upsilon^3}{\varepsilon}\right)^{\frac{1}{4}}}\right]^{\frac{4}{3}} = \frac{\varepsilon}{\upsilon N^2} = R_{eb} \therefore \frac{L_O}{L_k} = R_{eb}{}^{\frac{3}{4}} \tag{30}$$

Gargett (1988) は R_{eb} が成層場における乱流構造が等方的であるか（$R_{eb} >> 1$），非等方的であるか（$R_{eb} \sim 1$）を判断する指標であることを示している。式 (30) から，十分に乱れた等方性乱流場である場合は，$L_O >> L_k$，従って $R_{eb} >> 1$ となり，成層の影響は無視でき，Ozmidov length scale から Kolgomorov length scale へのエネルギー遷移（Energy Cascade）が起こると考えられる。

これを受けて乱流状態を R_{eb} で判別する試みは多く行われており，Gregg and Sanford (1988) は $R_{eb} > 16$ で乱流状態は活発となり，$R_{eb} > 200$ で強乱流状態になるとした，Yamazaki (1990) は $R_{eb} < 20$ で乱流は抑えられるとした。Nakano *et al.* (2014) は二重拡散対流が存在する海洋構造では，$R_{eb} < 20$：二重拡散対流が活発，$20 < R_{eb} < 80$：遷移領域（二重拡散対流と乱流が共存），$R_{eb} > 80$：乱流状態（二重拡散対流は壊れる）とした。Shih *et al.* (2005) は $R_{eb} < 7$：二重拡散対流が活発，$7 < R_{eb} < 100$：遷移領域（二重拡散対流と乱流が共存），$R_{eb} > 100$：乱流状態（二重拡散対流は壊れる）としている。$R_{eb} > 80$ を乱流状態，$R_{eb} < 20$ を非乱流状態とした場合に，ε に対する R_{eb} と L_O/L_k の変化を浮力振動数をパラメータとして Fig. 5a, b に示す。ε が大きい場合でも，成層状態によっては乱流状態と判別されない場合があることに注意する。Nakano and Yoshida (2019) は CTD と LADCP を用い Richardson number を求め，Buoyancy Reynolds number と併用することにより，乱流場を同定する（$R_i < 1/4$, $R_{eb} > 80$）ことを提案している。

4. 渦スケールのパラメタリゼーション

最後に本稿では，沿岸域及び海洋表層で用いられている密度の逆転として現れる渦スケールを利用したパラメタリゼーションについてまとめる。

4.1. Ellison length scale

安定成層において，渦運動により密度の擾乱（ρ'）が与えられ，密度逆転が起こるときに，Ellison (1957) はその変位に関して，長さスケール L_E を以下のように定義した。

$$L_E = \frac{\left\langle \rho'^2 \right\rangle^{\frac{1}{2}}}{\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial z}} \tag{31}$$

ρ' [kg/m^3] は各深さでの擾乱が加わる前の安定な成層状態からのずれで定義される（Fig. 6a）。ここで $\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial z}$ は背景の安定密度勾配，$\left\langle \rho'^2 \right\rangle^{\frac{1}{2}}$ は密度擾乱の標準偏差である。Ellison length scale は Ozmidov length scale の場合（2.4 章を参照）と同様に密度の保存式から導かれる。即ち，下方（上方）の重い水塊が上方に（下方に）距離 l 動いたとき，$\rho' + l\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial z} = \text{constant} = 0$ より，$\rho' = -l\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial z}$ を得る。これより，正負の密度擾乱が n 個観測されたとき，その自乗和の平均をとると，$\frac{\sum_{i=1}^{n} \rho_i'^2}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} l_i^2}{n}\left(\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial z}\right)^2$ となる。両辺の平方根をとると

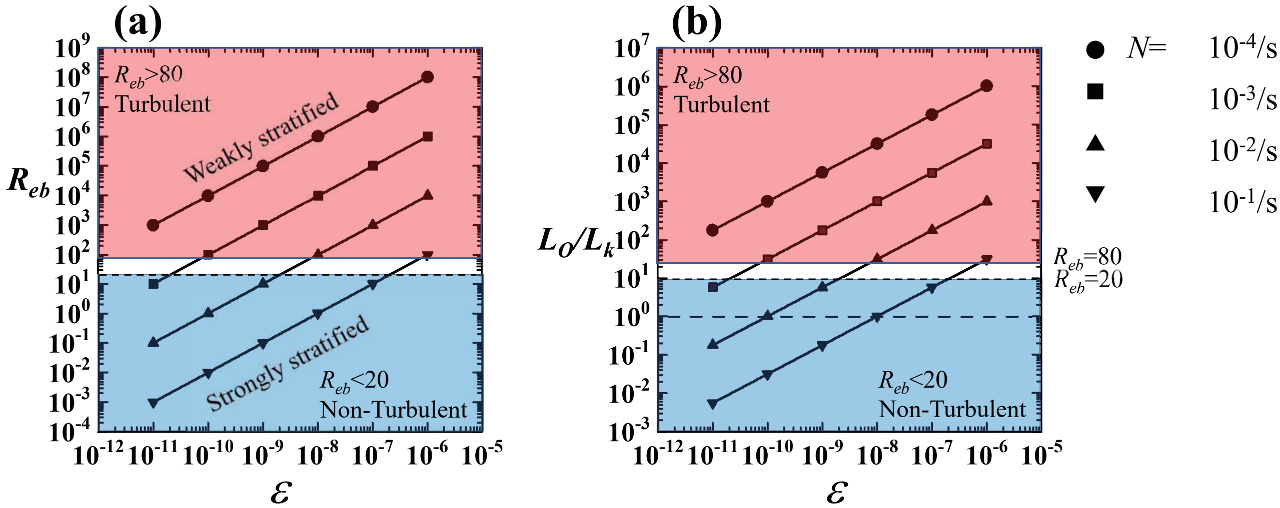

Fig. 5. Relationship between the energy dissipation rate ε and (a) the buoyancy Reynolds number R_{eb} and (b) the ratio of the Ozmidov length scale L_O to the Kolgomorov length scale L_K $\left(\frac{L_O}{L_K}\right)$ for various values of the buoyancy frequency N (solid symbols with black lines). Turbulent area $\left(R_{eb}>80, \frac{L_O}{L_K}>26\right)$ and non-turbulent area $\left(R_{eb}<20, \frac{L_O}{L_K}<9\right)$ are represented by red and blue rectangles, respectively.

$$\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}\rho_i'^2}{n}}=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}l_i^2}{n}}\frac{\partial\bar{\rho}}{\partial z} \tag{32}$$

を得る。左辺は密度擾乱の標準偏差であり，右辺は渦運動による水塊の上下移動距離の標準偏差と安定密度勾配 $\left(\frac{\partial\bar{\rho}}{\partial z}>0\right)$ の積である。$L_E=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}l_i^2}{n}}$ と置くと，$\langle\rho'^2\rangle^{\frac{1}{2}}=L_E\frac{\partial\bar{\rho}}{\partial z}$ より，(31) 式の Ellison scale $L_E=\frac{\langle\rho'^2\rangle^{\frac{1}{2}}}{\frac{\partial\rho_0}{\partial z}}$ を得る。即ち Ellison scale は渦運動による水塊の上下移動距離の標準偏差で定義されることがわかる。Fig. 6a の場合，22 m ～ 39 m 深さで $\frac{\partial\bar{\rho}}{\partial z}=1.89\times10^{-2}$ g/m^4, $\langle\rho'^2\rangle^{\frac{1}{2}}=8.07\times10^{-2}$ g/m^3 より $L_E=4.26$ m と計算される。

4.2. Thorpe length scale

Ellison length scale の場合と同様の密度分布を考える。渦運動により Fig. 6b では A から G まで密度は増加し，G から N まで密度は減少している。その結果，C から R まで密度逆転が起きている。縦矢印は D から Q までの水が元々存在した深さを示している。この鉛直変位距離 d' を “Thorpe displacement (Thorpe 変位)” と呼ぶ[2] (Thorpe, 2005)。この変位距離の標準偏差 $\langle d'^2\rangle^{\frac{1}{2}}$ を Thorpe length scale L_T として以下のように定義した。

$$L_T=\langle d'^2\rangle^{\frac{1}{2}} \tag{33}$$

D から Q まで計算すると $L_T=4.86$ m となり，L_E とほぼ同じ値をとり，B から S までだと 4.34 m となる。両スケールは異なった定義であるが，渦運動による水塊の上下移動距離から導き出されるものであり，一致するのは自然である。

2 d' は Ozmidov scale，Ellison scale で導入した鉛直変位 l と本質的には同じ意味合いを持つが，ここでは Thorpe (2005) に則って，d' と表記する。

4.3. 渦スケール間の関係

一般に $L_E = \dfrac{\langle \rho'^2 \rangle^{\frac{1}{2}}}{\dfrac{\partial \rho_0}{\partial z}} \leq L_T = \langle d'^2 \rangle^{\frac{1}{2}}$ であるが，L_O，L_E，そして L_T との関係はどのようなものだろうか。$L_E \sim L_T$ であり，L_O は変位の上限を与えることは見てきたとおりである。Dillon（1982），Wesson and Gregg（1994）は観測から L_O と L_T の間に以下の関係を見いだしている。

$$\begin{array}{ll} L_O = 0.8 L_T & \text{Dillon (1982)} \\ 0.25 L_O < L_T < 4 L_O & \text{Wesson and Gregg (1994)} \end{array} \quad (34)$$

Wesson and Gregg（1994）では $L_T < L_O$ の領域があることから，L_E を計算したときの密度勾配（$N = 1.36 \times 10^{-2}$/sec）を用いると，$\varepsilon = 10^{-8}$ W/kg の時 $L_O \sim 0.06$ m，$\varepsilon = 10^{-4}$ W/kg の時 $L_O \sim 6$ m ほどになる。一般に乱流が相当強いときで無いと，L_O は大きくならない。ゆえに

$$L_O = \left(\frac{\varepsilon}{N^3}\right)^{\frac{1}{2}} < L_E = \frac{\langle \rho'^2 \rangle^{\frac{1}{2}}}{\dfrac{\partial \rho_0}{\partial z}} \leq L_T = \langle d'^2 \rangle^{\frac{1}{2}} \quad (35)$$

と考えて良いが，これらのスケールの大小関係には乱流の発達段階が関わってくるという指摘がある。即ち，Smyth *et al.*（2001）は乱流混合の初期段階では，Overturning 渦のスケールは大きく（$R_{OT} = L_O/L_T < 1$），乱流が時間と共に発達すると L_T が L_O に漸近していく（$R_{OT} \Rightarrow 1$）ことを示している。Ijichi and Hibiya（2018）は太平洋の観測データから，R_{OT} と Γ が反比例の関係であり（$\Gamma \propto R_{OT}^{-4/3}$），乱流が発達している場合に混合効率 Γ が小さくなることを指摘している。乱流初期段階の渦が崩壊し（L_T が小さくなる），乱流が発達するにつれ R_{OT} が 1 に近づくということである。Γ が ε（運動エネルギー散逸率）と J_b（位置エネルギー）の比である（式（24））ことから，乱流の初期状態（$\Gamma \sim 1$）では乱流エネルギー（P）は J_b（位置エネルギー）と ε（運動エネルギー散逸率）にほぼ均等に分配され，乱流が発達し（$R_{OT} \Rightarrow 1$），Γ が小さくなり十分に乱流が発達した状態では，乱流エネルギーがほぼ熱エネルギーへと消散され，混合が進んでい

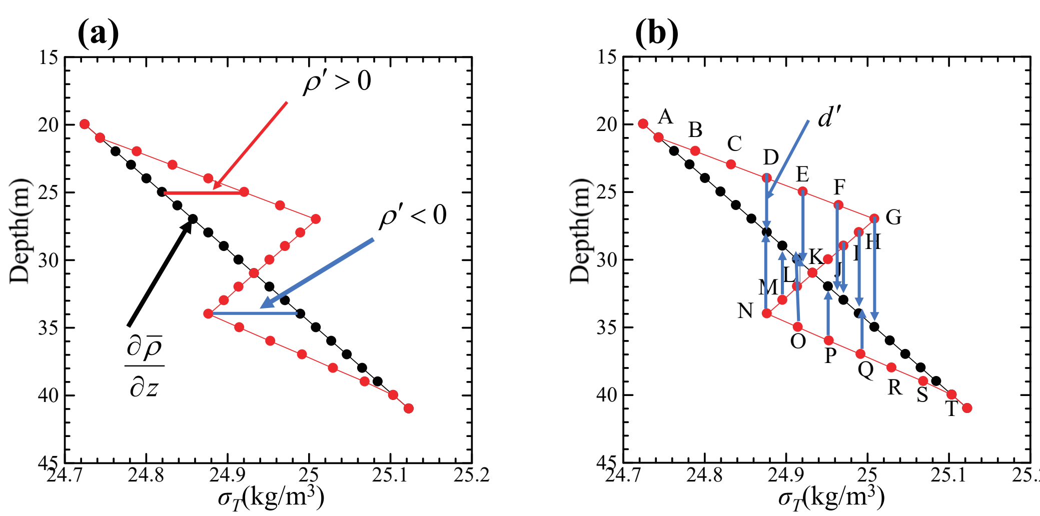

Fig. 6. A hypothetical density profile with density inversions. The black line with solid circles represents the basic stable density distribution, and red line represents the density inversions. (a) Definition of the Ellison scale; red and blue bars show the positive and negative density anomaly at a certain depth, respectively. (b) Definition of the Thorpe scale. The vertical arrows show the direction of the movement of water mass at some positions (D to Q) to generate the stable density profile.

ることを意味する。このように，R_{OT} は渦の崩壊状況によって変わることから，Dillon（1982）が示した関係は一般に広く適用されるものではなく，海域ごとに渦の崩壊しやすさを考慮しながら本パラメタリゼーションを用いる必要があるということである。しかしながらこの点を考慮した研究は Ijichi and Hibiya（2018）などがあるものの，実用的に用いることができるパラメタリゼーションについてはまだ発展途中である。

また Fig. 6 の安定成層は仮想的なものであるが，現場海洋においては，最小二乗法を用いてフィットした分布を背景安定成層としている。Smyth *et al.*（2001）は $L_E \sim L_T$ であると考え，Hebert *et al.*（1992）が導入した Bulk gradient を背景安定成層として，そこからの鉛直方向の水塊移動から L_T を求めることを提案している。Bulk gradient は以下のように定義される。

$$L_E = \frac{\langle \rho'^2 \rangle^{\frac{1}{2}}}{\left|\frac{\partial \rho_0}{\partial z}\right|} = L_T \Rightarrow \frac{\langle \rho'^2 \rangle^{\frac{1}{2}}}{L_T} = \left|\frac{\partial \rho_0}{\partial z}\right| \approx \left[\frac{\partial \rho}{\partial z}\right]_{\mathrm{bulk}} \tag{36}$$

即ち，この勾配を overturning の線形な背景密度勾配と考え，それからのずれを考える。Fig. 6 で示した overturning の場では，最小二乗法でフィットした背景密度勾配と Bulk gradient は一致する。

4.4. 渦スケールを用いた乱流エネルギー散逸率の間接推定

本パラメタリゼーションは式（33）および式（34）を利用して $L_E \sim L_T$ から ε を間接的に推定する。解析の途中，密度逆転の大きさを求めることになるが，注意すべき点や用いるべきノイズ除去法が複数あるので，これらを紹介するとともに，実際の解析手法を解説する。

一般によく使われている 24 Hz の CTD で得たデータを用いて渦の大きさから ε を間接的に推定する。まず取得した CTD 生データ（まったく未処理のもの）を用意する。このデータの水温・電気伝導度について自己相関をとり，データ取得時刻のラグを解消する。このデータについて計測誤差を取り除くために 25 点移動平均を施す。さらに，このデータから深度逆転を取り除き，0.04 m 間隔で等間隔になるように内挿したデータを作成する（今回は 1 m/s で降下していることを想定し，25 個に分割）。この時点でポテンシャル密度 ρ を計算しておく。

以上のようにして得た密度から，逆転を検出する。検出した密度逆転は真の逆転か，測器の揺れ等に伴う偽の逆転かどうかどうかこの時点ではわからないため，各種フィルターを用いて判別していく。最もオーソドックスなものは Galbraith and Kelly（1996）のフィルター（以降 GK フィルター）である。このフィルターでは，まず密度逆転の連続データ個数が 6 以上の場合に真の密度逆転である可能性が高いと判断する。次に，逆転中の密度変化に対する塩分及び水温の線形性を調べ，線形性のより強いものを逆転として認める。具体的にはまず，観測密度 ρ に対し塩分 S（水温 θ）を横軸に取り，それぞれに対しての一次の関数（ρ_θ, ρ_S）を求める。

$$\rho_\theta = a_\theta + b_\theta \theta \tag{37}$$

$$\rho_S = a_S + b_S S \tag{38}$$

次に，観測密度と推定密度及び逆転内における背景密度からの密度の摂動を求める。

$$f1 = \left\{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(\rho - \rho_\theta)^2\right\}^{\frac{1}{2}} \tag{39}$$

$$f2 = \left\{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(\rho - \rho_S)^2\right\}^{\frac{1}{2}} \tag{40}$$

$$f3 = \left\{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(\rho - \rho')^2\right\}^{\frac{1}{2}} \tag{41}$$

最後に，$f1/f3$ と $f2/f3$ を計算し，この値が 0.5 以下だった場合に真の密度逆転として判定する。最近では GK フィルターに代わるフィルターとして Gargett and Garner（2008）のフィルターが提案されている。これは，密度逆転の中央地点（変位 0）から上方向，下方向への最大の Thorpe 変位（上方向 L_+ 下方向 L_-）を求め渦スケール（L）で割った値 R_O が 0.2 以上であった場合に密度逆転として判定するものである。全くの歪みのない密度逆転の場合，上下の変位は等しく R_O は 0.5 となる。ただし，これらのフィルターを通過した場合においても二重拡散対流が発生する可能性がある場合には，偽の密度逆転の場合がある。そのような層のデータは除いて用いることが

多い（例えば，Thompson *et al.*, 2007）。本パラメタリゼーションを用いる際には，二重拡散対流の活発度の指標である密度比 R_ρ の鉛直プロファイルも用いたほうが良い（詳細は Nakano and Yoshida, 2019）。

以上の解析を経て得た真の密度逆転を用いて L_T を計算し，L_O との関係から ε を得ることができるが（式 34）。L_T についてもいくつかの計算方法がある。一つ目は渦の変位を確立密度関数と仮定し，ある層における変位の分散を求める方法（Stansfileld *et al.*, 2001）。二つ目は一つの密度逆転ごとに L_T 及び ε を求め，ある層に含まれる渦による ε を渦のスケールを層厚で割ったもので加重平均する方法である（Thompson *et al.*, 2007）。両者とも渦の発生頻度を考慮したものであるから本質的には同義であるが，前述の Bulk gradient を考慮するためには，後者のほうが理解しやすい。また，乱流そのものを取り扱う場合，渦ごとに L_T を取り扱う例もあるため（例えば Ijichi and Hibiya, 2018），研究の目的に応じて L_T をどのように取り扱うべきか検討しておく必要がある。また，二重拡散対流が渦として検出されることもあるが，渦と二重拡散対流の関係については今後明らかにしていく必要がある（Tanaka *et al.*, 2021）。

5. 終わりに

本稿では直接観測から得られる海洋微細構造データを利用する乱流混合解析また，その解析で用いられる種々の力学的スケール，無次元数について解説した。また乱流よりも大きな現象である密度逆転から粘性散逸率を推定するパラメタリゼーションについて整理した。これらの諸量については Table 1, 2, 3 にまとめた。実際の乱流観測ではここまで述べてきた方法を観測手段に併せて選択する必要がある。ε, χ_T, L_K, L_O, L_B は乱流微細構造観測機器でのみ観測可能であり，L_E, L_T, R_i は CTD，XCTD，CTD＋XCTD と LADCP などで観測可能である。本来なら，乱流微細構造観測機器，CTD＋LADCP，XCTD などの同時観測をすることが望ましく，そのことにより CTD や XCTD による乱流観測の精度を上げることが出来ると考えられる。

一方，ここまで述べてきた議論，また，乱流に関する教科書の多くは等方的な乱流場を前提として記述されていることに注意する必要がある。Kunze（2019）は Kolmogorov length scale より十分に大きなスケールの場では，一般に水平運動エネルギースペクトルと鉛直運動エネルギースペクトルが異なることに注目した。Garrett and Munk の平衡スペクトル（Garrett and Munk, 1975）が成り立つ低周波数の内部波領域では成層，コリオリ力の影響により非等方的な場となっていることを指摘し，以降，慣性小領域を経て，高周波数側に位置する等方的乱流場にエネルギーが遷移する普遍的なスペクトル形を提案している。今後はこのような非等方性も考慮に入れた乱流スペクトル解析が必要となると考えられる。

本稿では海面境界過程，熱対流運動などより広範な混合過程に関わる Rayleigh number，Nusselt number などについての記述は省略した。これらについては例えば Turner（1973）の教科書などを参照されたい。

Table 1. List of dimensional variables

Dimensional variables	**Definition and/or unit**	**Description**
ε	$\frac{15}{2}\upsilon\overline{\left(\frac{\partial u'}{\partial z}\right)^2}$ 〔W/kg=m^2/s^3〕	Dissipation rate of turbulent kinetic energy
χ_T	$\chi_T = 6k_T\overline{\left(\frac{\partial T'}{\partial z}\right)^2}$ 〔$^\circ$C^2/s〕	**Dissipation rate of temperature variance**
υ	~10^{-6}〔m^2/s〕*	**Kinematic molecular viscosity**
N	$\sqrt{-\frac{g}{\rho}\frac{\partial\bar{\rho}}{\partial z}}$〔1/s〕	**Buoyancy frequency** $\frac{\partial\rho_0}{\partial z}$ **: Background stable density gradient,** ρ**: Density,** g**: Gravitational acceleration**
k_T	~10^{-7}〔m^2/s〕*	**Molecular diffusivity of heat**
K_T	〔m^2/s〕	**Eddy diffusivity of heat**
K_S	〔m^2/s〕	**Eddy diffusivity of salt**
K_ρ	〔m^2/s〕	**Eddy diffusivity of density**
K_υ	〔m^2/s〕	**Eddy diffusivity of momentum**

*See Gregg (2021) for these values.

Table 2. List of various scales

Scales	Definition	Description
L_K	$\left(\frac{\upsilon^3}{\varepsilon}\right)^{\frac{1}{4}}$〔m〕	**Kolmogorov length scale:** **Minimum length of viscously dissipated turbulent eddy**
τ_K	$\left(\frac{\upsilon}{\varepsilon}\right)^{\frac{1}{2}}$〔s〕	**Kolmogorov time scale:** **Time scale of viscously dissipated turbulent eddy**
v_K	$(\varepsilon\upsilon)^{\frac{1}{4}}$〔m/s〕	**Kolmogorov velocity scale:** **Velocity scale of viscously dissipated turbulent eddy**
L_O	$\left(\frac{\varepsilon}{N^3}\right)^{\frac{1}{2}}$〔m〕	**Ozmidov length scale:** **Length scale of overturning eddy defined by the balance between inertial force and buoyancy force**
L_B	$L_B=\left(\frac{\upsilon k_T{}^2}{\varepsilon}\right)^{\frac{1}{4}}$〔m〕	**Batchelor length scale:** **Minimum length of diffusively dissipated turbulent eddy**
L_E	$\frac{\left\langle \rho'^2 \right\rangle^{\frac{1}{2}}}{\frac{\partial \rho_0}{\partial z}}$〔m〕	**Ellison length scale:** **Length scale of overturning eddy deduced by the root mean square of density fluctuation (**$\left\langle \rho'^2 \right\rangle^{\frac{1}{2}}$**) at a certain depth**
L_T	$\left\langle d'^2 \right\rangle^{\frac{1}{2}}$〔m〕	**Thorpe length scale:** **Length scale of overturning eddy deduced by the root mean square of vertical displacement of water mass (**$\left\langle d'^2 \right\rangle^{\frac{1}{2}}$**)**

Tables 3. List of non-dimensional numbers

Non-dimensional numbers	**Definition**	**Description**
Re	$\frac{UL}{\upsilon}$	**Reynolds number:** ***U*: Typical velocity scale** ***L*: Typical length scale**
R_i	$\frac{-\frac{g}{\rho}\frac{\partial \rho_0}{\partial z}}{\left(\frac{\partial \overline{U}}{\partial z}\right)^2} = \frac{N^2}{\left(\frac{\partial \overline{U}}{\partial z}\right)^2}$	**Gradient Richardson number:** $\frac{\partial \overline{U}}{\partial z}$ **: Background velocity shear**
R_f	$\frac{\frac{g}{\rho}\overline{\rho' w'}}{-\overline{u' w'}\frac{\partial \overline{U}}{\partial z}}$	**Flux Richardson number:** $\overline{u' w'}$**:Turbulent momentum transport** $\overline{\rho' w'}$ **: Turbulent density transport**
Γ	$\frac{R_f}{1-R_f} = \frac{\frac{g}{\rho}\overline{\rho' w'}}{\varepsilon}$	**Mixing efficiency (Scaled dissipation ratio)**
Pr_t	$\frac{K_\upsilon}{K_\rho} = \frac{R_i}{R_f}$	**Turbulent Prandtl number**
C_x	$\overline{\left(\frac{\partial T'}{\partial z}\right)^2} \Big/ \left(\frac{\partial \overline{T}}{\partial z}\right)^2$	**Cox number:** $\overline{\left(\frac{\partial T'}{\partial z}\right)^2}$ **: Variance of turbulence temperature gradient** $\frac{\partial \overline{T}}{\partial z}$ **: Background temperature gradient**
R_{eb}	$\frac{\varepsilon}{\upsilon N^2} = \left(\frac{L_O}{L_k}\right)^{\frac{4}{3}}$	**Buoyancy Reynolds number**

謝 辞

本総説は中野知香の学位論文の一部であり，大学院在学中に賜ったご指導ご鞭撻に感謝いたします。東京海洋大学名誉教授長島秀樹博士には草稿に関し懇切なご助言をいただきました。ここに深く感謝の意を表します。また，本論文改訂に当たり，匿名の査読者から貴重な助言をいただきました。ここに記して感謝いたします。

References

Batchelor, G. K. (1959): Small-scale variation in convected quantities like temperature in a turbulent fluid. *J. Fluid Mech.*, **5**, 113-133.

Bryan, F. O. (1987): Parameter sensitivity of primitive equation ocean general circulation models. *J. Phys. Oceanogr.*, **17**, 970-985.

Burchard, H. (2002): *Applied Turbulence Modelling in Marine Waters.* Springer-Verlag, Berlin, Germany, 215 pp.

Canuto, V. M., Y. Cheng, A. M. Howard, and I. N. Esau (2008): Stably stratified flows: A model with No Ri(cr), *J. Atomos Sci.*, **65**, 2437-2447.

Crawford, W. R., and R. K. Dewey (1989): Turbulence and mixing: sources of nutrients on the Vancouver Island continental shelf. *Atmosphere-Ocean*, **27**, 428-442.

Dillon, T. M. (1982): Vertical overturns: A comparison of Thorpe and Ozmidov length scale. *J. Geophys. Res. Oce.*, **87**, 9601-9613.

Dillon, T. M., and D. R. Caldwell (1980): The Batchelor spectrum and dissipation in the upper ocean. *J. Geophys. Res. Oce.*, **85**, 1910-1916.

Ellison, T. (1957): Turbulent transport of heat and momentum from an infinite rough plane. *J. Fluid Mech.*, **2**, 456-466.

沿岸海洋研究会50周年記念 詳論 沿岸海洋学 (2013): 日本海洋学会 沿岸海洋学会編，恒星社厚生閣，261 pp.

Galbraith, P. S., and D. E. Kelley (1996): Identifying overturns in CTD profiles. *J. Atmos. Ocean. Technol.*, **13**, 688-702.

Gargett, A. E. (1988): The scaling of turbulence in the presence of stable stratification. *J. Geophys. Res. Oce.*, **93**, 5021-5036.

Gargett, A., and T. Garner (2008): Determining Thorpe scales from ship-lowered CTD density profiles. *J. Atmos. Ocean. Technol.*, **25**, 1657-1670.

Gargett, A. E., T. R. Osborn, and P. W. Nasmyth (1984): Local isotropy and the decay of turbulence in a stratified fluid. *J. Fluid Mech.*, **144**, 231-280.

Garrett, C. J. R., and W. H. Munk (1975): Space-time scales of internal waves: A progress report. *J. Geophys. Res.*, **80**, 291-297.

Goto, Y., I. Yasuda, and M. Nagasawa (2016): Turbulence estimation using fast-response thermistors attached to a free-fall vertical microstructure profiler. *J. Atmos. Ocean. Technol.*, **33**, 2065-2078.

Gregg, M. C. (1989): Scaling turbulent dissipation in the thermocline. *J. Geophys. Res. Oce.*, **94**, 9686-9698.

Gregg, M. C. (2021): *Ocean Mixing.* Cambridge Univ. Press, Cambridge, UK, 370 pp.

Gregg, M. C., and T. Sanford (1988): The dependence of turbulent dissipation on stratification in a diffusively stable thermocline. *J. Geophys. Res. Oce.*, **93**, 12381-12392.

Henyey, F. S., J. Wright, and S. M. Flatté (1986): Energy and action flow through the internal wave field. *J. Geophys. Res. Oce.*, **91**, 8487-8495.

Hebert, D., J. N. Moum, C. A. Paulson, and D. R. Caldwell (1992): Turbulence and internal waves at the Equator. Part II: Details of a single event. *J. Phys. Oceanogr.*, **22**, 1346-1356.

Howard L. N. (1961): Note on a paper of John W. Miles. *J. Fluid Mech.*, **10**, 509-512.

Ijichi, T., and T. Hibiya (2018): Observed variations in turbulent mixing efficiency in the deep ocean. *J. Phys. Oceanogr.*, **48**, 1815-1830.

Kantha, L, and S. Carniel (2009): A note on modeling mixing in stably stratified flows. *J. Atomos Sci.*, **66**, 2501-2505.

Kitamura, Y., A. Hori, and T. Yagi (2013): Flux Richardson number and turbulent Prandtl number in a developing stable boundary layer, *J. Meteorol. Soc. Jpn.*, **91**, 655-666.

Kolmogorov, A. (1941): The local structure of turbulence in incompressible viscous fluid for very large Reynold's numbers, C. R. (Doklady) Acad. Sci. URSS (N.S.) **30**, 301-305. MR0004146.

Kraichnan, R. H. (1968): Small-scale structure of a scalar field convected by turbulence. *Phys. Fluids*, **11**, 945-953.

Kunze, E. (2019): A unified model spectrum for anisotropic stratified and isotropic turbulence in the ocean and atmosphere. *J. Phys. Oceanogr.*, **49**, 385-417.

Kunze, E., E. Firing, J. M. Hummon, T. K. Chereskin, and A. M. Thurnherr (2006): Global abyssal mixing inferred from lowered ADCP shear and CTD strain profiles. *J. Phys. Oceanogr.*, **36**, 1553-1576.

Mater, B. D., S. K. Venayagamoorthy, L. St. Laurent, and J. N. Moum (2015): Biases in Thorpe-scale estimates of turbulence dissipation. Part I: Assessments from large-scale overturns in oceanographic data. *J. Phys. Oceanogr.*, **45**, 2497-2521.

Miles, J. W. (1961): On the stability of heterogeneous shear flows. *J. Fluid Mech.*, **10**, 496-508.

Munk, W., and C. Wunsch (1998): Abyssal recipes II: energetics of tidal and wind mixing. *Deep-Sea Res. Part I*, **45**, 1997-2010.

中西幹郎 (2011): 乱流クロージャーモデル．天気，**58**, 347-348.

Nagasaka, M., J. Yoshida, H. Nagashima, M. Matsuyama, K. Kawasaki, and K. Yokouchi (1999): On the double diffusive intrusion observed in the Oyashio Frontal region. *Theoretical and Applied Mech.*, **48**, 385-392.

Nakano, H., and J. Yoshida (2019): A note on estimating eddy diffusivity for oceanic double-diffusive convection. *J. Oceanogr.*, **75**, 375-393.

Nakano, H, K. Shimada, M. Nemoto, and J. Yoshida (2014): Parameterization of the eddy diffusivity due to the double diffusive convection. *La mer*, **52**, 91-98.

Nasmyth, P. (1970): *Oceanic Turbulence.* Ph.D. thesis, University of British Columbia, 69 pp.

Niwa, Y., and T. Hibiya (2014): Generation of baroclinic tide energy in a global three-dimensional numerical model with different spatial grid resolutions. *Ocean Modell.*, **80**, 59-73.

Oakey, N. S. (1982): Determination of the rate of dissipation of turbulent energy from simultaneous temperature and velocity shear microstructure measurements. *J. Phys. Oceanogr.*, **12**, 256-271.

Osborn, T. R. (1980): Estimates of the local rate of vertical diffusion from dissipation measurements. *J. Phys. Oceanogr.*, **10**, 83-89.

Osborn, T. R., and C. S. Cox (1972): Oceanic fine structure. *Geophys. Fluid Dyn.*, **3**, 321-345.

Ozmidov, R. V. (1965): On the turbulent exchange in a stably stratified ocean (English translation). *Izv. Acad. Sci. USSR Atmos. Oceanic Phys.*, **1**, 853-860.

Polzin, K. L., J. M. Toole, and R. W. Schmitt (1995): Finescale parameterizations of turbulent dissipation. *J. Phys. Oceanogr.*, **25**, 306-328.

Polzin, K. L., J. M. Toole, J. R. Ledwell, and R. W. Schmitt (1997): Spatial variability of turbulent mixing in the abyssal ocean. *Science*, **276**, 93-96.

Reynolds, O. (1893): An experimental investigation of the circumstances which determine whether the motion of water shall be direct of sinuous, and the law of resistance in parallel channels. *Phil. Trans. R. Soc. London,* **174**, 935-982.

Roget, E., I. Lozovatsky, X. Sanchez, and M. Figueroa (2006): Microstructure measurements in natural waters: Methodology and applications. *Prog. Oceanogr.*, **70**, 126-148.

Ruddick, B., A. Anis, and K. Thompson (2000): Maximum likelihood spectral fitting: The Batchelor spectrum. *J. Atmos. Ocean. Technol.*, **17**, 1541-1555.

Shih, L., J. Koseff, G. Ivey, and J. Ferziger (2005): Parameterization of turbulent fluxes and scales using homogeneous sheared stably stratified turbulence simulations. *J. Fluid Mech.*, **525**, 193-214.

Smyth, W. D., J. N. Moum, and D. R. Caldwell (2001): The efficiency of mixing in turbulent patches: inferences from direct simulations and microstructure observations. *J. Phys. Oceanogr.*, **31**, 1969-1992.

Stansfield, K., C. Garrett, and R. Dewey (2001): The probability distribution of the Thorpe displacement within overturns in Juan de Fuca Strait. *J. Phys. Oceanogr.*, **31**, 3421-3434.

Tanaka, M., J. Yoshida, J., K. Lee, Y. Goto, T. Tanaka, H. Ueno, H. Onishi, and I. Yasuda (2021): The potential role of thermohaline-shear instability in turbulence production in the Bering Sea and the subarctic North Pacific. *J. Oceanogr.*, **77**, 431-446.

Taylor, G. I. (1935): Statistical theory of turbulence. *Proc. Roy. Soc. London*, **A151**, 421-444.

Taylor, G. I. (1938): The spectrum of turbulence. *Proc. Roy. Soc. London,* **A164**, 476-490.

Tennekes, H., and J. Lumley (1972): *A First Course in Turbulence*. The MIT press, Boston, USA, 300 pp.

Thompson, A. F., S. T. Gille, J. A. MacKinnon, and J. Sprintall (2007): Spatial and temporal patterns of small-scale mixing in Drake Passage. *J. Phys. Oceanogr.*, **37**, 572-592.

Thorpe, S. A. (1977): Turbulence and mixing in a Scottish Loch. *Philos. Trans. Roy. Soc. London*, **286A.** 125-181.

Thorpe, S. A. (2005): *The Turbulent Ocean.* Cambridge Univ. Press, Cambridge, UK, 439 pp.

Turner, J. S. (1973): *Buoyancy Effects in Fluids*. Cambridge Univ. Press, Cambridge, UK, 367 pp.

Wesson, J. C., and M. C. Gregg (1994): Mixing at Camarinal Sill in the Strait of Gibraltar. *J. Geophys. Res. Oce.*, **99**, 9847-9878.

Wolk, F., H. Yamazaki, L. Seuront, and R. G. Lueck (2002): A new free-fall profiler for measuring biophysical microstructure. *J. Atmos. Ocean. Technol.*, **19**, 780-793.

Yamazaki, H. (1990): Stratified turbulence near a critical dissipation rate. *J. Phys Oceanogr.*, **20**, 1583-1598.

Zilitinkevich, S. S., T. Elperin, N. Kleeorin, I. Rogachevskii, I. Esau, T. Mauritsen, and M. W. Miles (2008): Turbulence energetics in stably stratified geophysical flows: Strong and weak mixing regimes. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, **134**, 793-799.

Scales and non-dimensional numbers characterizing ocean turbulence and their practical application for estimating eddy diffusivities

Haruka Nakano[1, 2*] and Jiro Yoshida[1]

Abstract

The strength of the vertical eddy diffusivity determines the structure of ocean's general circulation, which affects the climate change. Therefore, global estimation of vertical eddy diffusivity is required; however, focusing on the direct observation of turbulence (dissipation rates) for estimation within limited ship time is difficult. Even if observations are made, understanding factors such as wind, tide, internal wave breaking, and sea surface cooling, which are energy sources of turbulence, and parameters characterizing the turbulence is crucial. In this review, the length scales ranging from a few millimeters to several tens of meters and dimensionless numbers used in ocean turbulence analysis are summarized to promote the understanding of the turbulence; particularly, we focus on practical estimation methods for dissipation rates to accelerate research using observed turbulence data.

Key words: Turbulence phenomena, Turbulence scales, non-dimensional number, Eddy diffusivity

(Corresponding author's e-mail address: nakano.hrk@aist.go.jp)
(Received 8 March 2021: accepted 12 October 2021)
(doi: 10.5928/kaiyou.30.6_255)

1 Tokyo University of Marine Science and Technology, 4-5-7 Konan, Minato-ku, Tokyo 108-8477, Japan
2 (Present Affiliation) Environmental Management Research Institute, National Institute of Advanced Industrial Science and Technology (AIST), 16-1 Onogawa, Tsukuba, 395-8569, Japan
* Corresponding author: Haruka Nakano
e-mail: nakano.hrk@gmail.com; nakano.hrk@aist.go.jp