

— 総 説 —

# 海上風により励起された近慣性内部重力波の 背景流が存在する海洋中への伝播に関する理論研究\*

井上 龍一郎<sup>†</sup>

## 要 旨

本総説では、渦や海流等の背景流が存在する海洋を伝播する近慣性内部波の定式化について紹介する。初めに背景流が存在する時に近慣性内部波の分散関係がどのように変化するかを示し、次に近慣性内部波の背景流中の伝播を定式化した研究を紹介する。

キーワード：近慣性内部重力波，フロント，渦

## 1. はじめに

北太平洋の近慣性周期への主要なエネルギー供給源であるストームトラックは、渦の運動エネルギーが大きい黒潮続流付近も通過すること (Zhai *et al.*, 2005b) が知られている (北大西洋では、ガルフストリーム付近)。このことから、メソ・サブメソスケール現象と近慣性内部波の相互作用 (例えば, Kunze *et al.* (1995) の Fig. 1) の理解の重要性が再認識され、近年、その研究が盛んに行われている。本総説では、近慣性内部波の伝播と背景流 (定常もしくは近慣性周期よりも長い時間スケールで変動する場) との相互作用の研究の中から、近慣性内部波の分散関係の導出、レイ方程式と微分演算子を用いた伝播の定式化に注目し、取りまとめて紹介する。また、本総説で述べる定式化は、井上 (2017) で述べた海洋内部で

の近慣性内部波の伝播の定式化を、背景流がある海洋に応用する形となるため、井上 (2017) と比較しながら読み進めて頂きたい。

## 2 背景流が存在する海洋内部での近慣性内部波の伝播の定式化

まず初めに背景流が存在することで、近慣性内部波の分散関係がどのように変化するかを説明する。ここで、“背景流”の効果には、“相対渦度の鉛直成分”と“傾圧鉛直シアーによる水柱の安定性”の2つがある点が、理解するための大切なポイントになる。この問題は、Moore (1975) 他によって取り扱われた後、亜熱帯フロントで観測された近慣性内部波の強化 (Kunze and Sanford, 1984) を理解するために、Kunze (1985) によって再び取り上げられ、主に相対渦度の効果が考察された。Young and Ben-Jelloul (1997) は、Kunze (1985) が WKB 近似を用いるために内部波が背景場の水平スケールよりも小さいことを仮定したことから、WKB 近似を使わずに様々な水平スケールの背景場に対する内部波の応答を調べる方法を提示した。そして、Whitt and Thomas (2013) は、近年、ガルフストリーム等西岸境界流近傍で観測された

\* 2016年8月3日受理; 2017年3月21日受理  
著作権: 日本海洋学会, 2017

<sup>†</sup> 国立研究開発法人海洋研究開発機構  
地球環境観測研究開発センター  
〒237-0061 神奈川県横須賀市夏島町2-15  
TEL: 046-867-9834 FAX: 046-867-9835  
e-mail: rinoue@jamstec.go.jp

帯状のシア構造とそれに付随した強い乱流混合 (例えば, Inoue *et al.*, 2010) を説明するために, 強い傾圧流が背景場にある時の内部波の振る舞いについて研究を行った。

運動方程式は, ブシネスク近似と静水圧近似の方程式を用いる。Whitt and Thomas (2013) では, 単純化のためフロントを2次元とし, 地衡流バランス

$$f \frac{\partial u_g}{\partial z} = -\frac{\partial b_g}{\partial y} \quad (1)$$

が成立すると仮定し (地衡流は経度方向に流れる), さらに経度方向に構造の変化がない状態を考察している ( $\partial/\partial x = 0$ )。ここで,  $b_g = -g\rho/\rho_0$  は浮力を表す。また, 各変数は, 定常の背景場 (geostrophic, 添え字 g) と非定常の内部波場 (ageostrophic, 添え字 a, 準地衡流場を表すのみではない点に注意) に分離している ( $u = u_g + u_a$ )。

$$\frac{\partial u_a}{\partial t} + v_a \frac{\partial u_g}{\partial y} + w_a \frac{\partial u_g}{\partial z} - f v_a = 0, \quad (2a)$$

$$\frac{\partial v_a}{\partial t} + f u_a = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p_a}{\partial y}, \quad (2b)$$

$$-\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p_a}{\partial z} + b_a = 0, \quad (2c)$$

$$\frac{\partial v_a}{\partial y} + \frac{\partial w_a}{\partial z} = 0, \quad (2d)$$

$$\frac{\partial b_a}{\partial t} + v_a \frac{\partial b_g}{\partial y} + w_a \frac{\partial b_g}{\partial z} = 0. \quad (2e)$$

Whitt and Thomas (2013) では, 流線関数を導入し, 調和解,  $\psi(y, z, t) = \text{Re}[\Psi(y, z)e^{-i\omega t}]$ , を仮定した非定常の Eliassen-Sawyer 方程式 (Sawyer, 1956; Eliassen, 1962),

$$(F^2 - \omega^2) \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2} + 2S^2 \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z \partial y} + N^2 \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} = 0 \quad (3)$$

が双曲型になる時,  $S^4 - N^2(F^2 - \omega^2) > 0$ , の方程式の振る舞いという形で, 背景流中の近慣性内部波の特徴を説明している ( $\partial/\partial x = 0$  に注意)。ここで,  $F = \sqrt{f(f + \zeta_g)}$ ,  $S^2 = f \partial u_g / \partial z = -\partial b_g / \partial y$ ,  $N^2 = \partial b_g / \partial z$ , である。ここでは,  $\omega$  が実数であること, symmetric instability を

除外するためポテンシャル渦度  $PV = F^2 N^2 - S^4$  は 0 より大きいこと, さらに成層が静的に安定 ( $N^2 > 0$ ) であることが仮定される (ここで,  $PV > 0$  と  $N^2 > 0$  から,  $F^2 > 0$  となり inertial instability も除外される)。この式では, 近慣性内部波が動かす水粒子には絶対運動量の保存が成立し, 振動運動による水粒子の変位は, 浮力とコリオリ力二つのバランスによって復元される (例えば, Cushman-Roisin and Beckers (2011) の 17 章を参照)。また, 双曲型になる条件から, 背景流中の近慣性内部重力波の最小周波数として,

$$\omega_{min} = \sqrt{PV/N^2} = f \sqrt{1 + Ro_g - Ri_g^{-1}} \quad (4)$$

を得ている。ここで,  $Ro_g = \zeta_g/f$ ,  $Ri_g = f^2 N^2/S^4$ ,  $\zeta_g = -\partial u_g / \partial y$ , である。さらに, 過去の研究との対比として, 波動解 (例えば,  $u_a = \text{Re}[\hat{u}_a \expi(ly + mz - \omega t)]$ ) からの分散関係の導出も行い,

$$\omega = \sqrt{F^2 + 2S^2\alpha + N^2\alpha^2} \quad (5)$$

を得ている。ここで,  $\alpha = l/m$  である。この分散関係には, コリオリ周波数の背景渦度による補正 (有効コリオリ周波数) と傾圧場による補正が現れる。背景流がない時と同様に分散関係から水平・鉛直方向の群速度は, 各々,

$$C_g^y = \frac{\partial \omega}{\partial l} = \frac{S^2 + N^2 \alpha}{\omega m}, \quad (6a)$$

$$C_g^z = \frac{\partial \omega}{\partial m} = -\frac{\alpha(S^2 + N^2 \alpha)}{\omega m} \quad (6b)$$

と表され, 位相速度は,

$$C_p^y \approx \omega \alpha / m, \quad (7a)$$

$$C_p^z \approx \omega / m \quad (7b)$$

である。ここで,  $\vec{C}_p \cdot \vec{C}_g = 0$  が成立するため, 背景流がない時と同様に, 位相とエネルギーの進行方向は直交する。また, 最小周波数を持つ内部波は, エネルギーの進行方向 ( $\alpha = l/m$  の逆数が位相の伝播方向なので,  $-\alpha$

がエネルギーの進行方向になる, また井上 (2017) の (3.16) 式から,  $dz/dy = C_g^z/C_g^y = -l/m = -\alpha$  と等密度面の傾きが一致する ( $S^2/N^2 = -\alpha$ ) ことが, (4) 式と (5) 式を 2 乗したものを等式で結ぶことで導かれる。なお, 鉛直方向の群速度は,  $S^2/N^2 = -\alpha$  と (6) 式から,  $\omega = \omega_{min}$  の時に 0 になる。また,  $|\alpha| < |S^2/N^2|$  のとき, すなわち近慣性内部波のエネルギーの進行方向の傾きが等密度面の傾きより緩い時には, 群速度と位相速度が同じ鉛直方向に伝播することがわかる。

さらに, 波動解を (2) 式に代入することによって, 2 次元フロントに対する近慣性内部波の偏波特性を表す次式が得られる。

$$\frac{\hat{u}_a}{\hat{v}_a} = i \frac{F^2 + \alpha S^2}{\omega f} \quad (8)$$

ここから,  $F^2 + \alpha S^2$  の符号によって楕円度のみならず内部波の流速ベクトルの深さ方向の回転方向が変化することがわかる。ここで,  $F^2/S^2$  が背景地衡流場の等絶対運動量面の傾き ( $M_g \equiv u_g - fy$  の水平・鉛直微分の比) であることから (Whitt and Thomas (2013) の Fig. 9 を参照), 近慣性内部波のエネルギーの進行方向の傾きが背景地衡流場の等絶対運動量面よりも傾いている時には, 下向きにエネルギー伝搬する近慣性内部波の流速ベクトルは, 反時計回りに回転し, 上向き伝播する近慣性内部波は, 時計回りに回転することがわかる。この回転方向は, 背景流がない場合の下層にエネルギー伝搬する近慣性内部波の流速ベクトルの回転方向 (時計回り) とは逆である (例えば, Leaman and Sanford (1975) の Fig. 5 を参照)。

以下では, これまでに紹介した分散関係を通して, 近慣性内部波がフロントに伴う背景流とどのような相互作用を起こし, 伝播特性を変化させるか, 位相速度と群速度の関係が変化するかを, 特に“トラッピング”に着目して, レイ方程式を用いて説明する。

## 2.1. レイ方程式

Kunze (1985) は, 亜熱帯フロント (背景流の Richardson 数大) で観測された近慣性内部波を理解するために, 背景場の地衡流鉛直シアが小さいという仮定を与え, 3

次元での近慣性内部波の振る舞いを, レイ方程式を用いて考察している。特に, 相対渦度の空間分布が近慣性内部波の存在できる最小周波数の非均一性を生むことで, 内部波の鉛直方向のトラッピングが起こり, それが強い混合を起こす機構として重要であることを示唆している。

ここで, 分散関係から近慣性内部波の固有周波数 (Kunze (1985) では  $\omega_0$  と表記されるが, ここではこれまでとの整合性から  $\omega$  を使用する) は,

$$\omega \approx f_{eff} + \frac{N^2 k_H^2}{2fm^2} + \frac{1}{m} \left( \frac{\partial u_g}{\partial z} l - \frac{\partial v_g}{\partial z} k \right), \quad (9)$$

となる。ここで,  $f_{eff} \approx f + \zeta_g/2$ ,  $k_H^2 = k^2 + l^2$ , である。(9) 式は, Whitt and Thomas (2013) と同じ設定 ( $\partial/\partial x = 0$  かつ  $k = 0$ ) にした場合, (5) 式を相対渦度と鉛直シアによる貢献が小さいと仮定し,

$$\begin{aligned} \omega &= f \sqrt{1 + \frac{\zeta_g}{f} + \frac{2l}{fm} \frac{\partial u_g}{\partial z} + \frac{N^2 l^2}{f^2 m^2}} \\ &= f \sqrt{1 + \Delta X} \approx f \left( 1 + \frac{\Delta X}{2} \right), \end{aligned} \quad (10)$$

とテイラー展開することで得られる。さらに, (4) 式から,  $\Delta X = Ro_g - Ri_g^{-1}$  とかける。このことから, Whitt and Thomas (2013) は, 西岸境界流近傍で地衡流鉛直シアの効果が強くなると,  $|\Delta X| \sim 1$  となり Kunze (1985) の分散関係は成立しなくなると述べている。

(9) 式で表される分散関係から群速度は,

$$C_g^x = \frac{\partial \omega}{\partial k} \approx \frac{N^2 k}{fm^2} - \frac{1}{m} \frac{\partial v_g}{\partial z}, \quad (11a)$$

$$C_g^y = \frac{\partial \omega}{\partial l} \approx \frac{N^2 l}{fm^2} + \frac{1}{m} \frac{\partial u_g}{\partial z}, \quad (11b)$$

$$C_g^z = \frac{\partial \omega}{\partial m} \approx -\frac{N^2 k_H^2}{fm^3} - \frac{1}{m^2} \left( \frac{\partial u_g}{\partial z} l - \frac{\partial v_g}{\partial z} k \right) \quad (11c)$$

となる。レイ方程式は, 井上 (2017) の (3.15) 式と (3.16) 式に背景流の効果が現れ, 波数と波の位置の方程式は, それぞれ

$$\frac{dk}{dt} = -\frac{\partial \omega_E}{\partial x}, \quad (12a)$$

$$\frac{dl}{dt} = -\frac{\partial \omega_E}{\partial y}, \quad (12b)$$

$$\frac{dm}{dt} = -\frac{\partial \omega_E}{\partial z}, \quad (12c)$$

$$\frac{dx}{dt} = \frac{\partial \omega}{\partial k} + u_g = C_g^x + u_g, \quad (13a)$$

$$\frac{dy}{dt} = \frac{\partial \omega}{\partial l} + v_g = C_g^y + v_g, \quad (13b)$$

$$\frac{dz}{dt} = \frac{\partial \omega}{\partial m} = C_g^z, \quad (13c)$$

と表される。ここで  $\omega_E$  はオイラー周波数 (一定) で、ドップラーシフトの効果を含み、波数ベクトル  $\vec{k} = (k, l, m)$ 、背景場の流速ベクトル  $\vec{V} = (u_g, v_g, 0)$  として

$$\omega_E = \omega + (\vec{k} \cdot \vec{V}) \quad (14)$$

の関係がある。ここで、ドップラーシフトの効果の例として、 $\beta$  面上で近慣性内部波が、背景場に移流されて turning latitude を超えて極向きに伝播しうることがあげられる (Zhai *et al.*, 2005a)。

Kunze (1985) では、背景流の相対渦度の水平変化と鉛直変化による効果を分離するため、子午面方向に流れる順圧流と傾圧流二つの流れに対してレイ方程式を適応した。順圧流では、近慣性内部波を2次元の背景流に対して直角に入射させて (ドップラーシフトが0になる)、背景流の相対渦度の空間的分布と入射波の位置関係によって、反射・屈折と水平方向のトラッピングが起こることを示した。ここで、負の相対渦度の領域から放射される近慣性内部波の固有周波数  $\omega$  は、負の相対渦度によって  $f$  より低くなりえるが ( $\omega \sim f_{eff} < f$ )、この波は負の相対渦度の領域の水平方向に限られた場所にしか存在出来ない。この現象を水平方向のトラッピングと呼ぶ。この時、水平反射をする場所 ( $k=0$ ) は、(9) 式より  $\omega$  がその場所での  $f_{eff}$  と一致する場所であることがわかる。一方、負の相対渦度の領域に入射する近慣性内部波は、固有周波数  $\omega$  が負の相対渦度の領域の  $f_{eff}$  よりも大きい ( $\omega \sim f > f_{eff}$ ) ため、この領域で近慣性の性質を失う傾向を持ち、(9) 式よりレイの傾きが急になることがわかる。また、正の相対渦度の領域は、 $f_{eff} > f$  のため、この領

域の外側から入射する近慣性内部波 ( $\omega \sim f$ ) は、自由に伝搬することが出来ず、 $\omega = f_{eff}$  となる場所で反射する (Kunze, 1985 の Fig. 5 を参照)。

傾圧流の場合は、単純化として背景流に直角に入射し下方伝播する (ドップラーシフトが0) 近慣性内部波を考えると、負の相対渦度領域で相対渦度が暖水渦の下部等で深さとともに増加する時には、水平方向の  $f_{eff}$  の変化によるトラッピング以外に、鉛直方向にもトラッピングが起こることが示される (Kunze, 1985 の Fig. 7 を参照)。すなわち、負の相対渦度領域から発生した内部波  $\omega \sim f_{eff} < f$  が鉛直伝搬する時には、深さに伴った  $f_{eff}$  の増加の中で分散関係 (9) 式から鉛直波数が大きくなる。鉛直波数が大きくなると (11) 式から鉛直エネルギー伝搬速度は小さくなり、最終的に等密度面の傾きと伝播方向が一致する場所で、群速度が0になる。このため、この現象は波のアクション flux の保存 (例えば、Bretherton and Garrett 1968) から波のエネルギー密度の増幅を伴い、“クリティカルレイヤートラッピング” と呼ばれる。ここでは、鉛直波数増加に伴い内部波の流速鉛直シアが増加し、シア不安定が起こりうるため、このトラッピングは近慣性内部波のフロント周辺での重要な散逸機構と考えられている。このトラッピングは (4) 式もしくは (5) 式で定義される  $\omega = \omega_{min}$  となる場所で起こる (Whitt and Thomas, 2013) が、Kunze (1985) では、この時に背景流の Richardson 数と鉛直波数が大きいことから、 $\omega \approx f_{eff}$  で起こるとしている。Kunze (1985) では、傾圧流について、ドップラーシフトが0にならない (背景場の流れと内部波の進行方向が一致しない) 場合についても考察している。

これらの理論的考察を受けて、Kunze *et al.* (1995) では、暖水渦内の相対渦度が負になるコアの底で乱流が強くなることを観測で示し、レイ方程式から推測されるトラッピングポイントと渦内のエネルギーバランスを診断することで、乱流強化がトラッピングと関係することを示唆している。Lee and Niiler (1998) は、大気強制力による近慣性内部波が下層へと伝播するにつれ、トラッピング機構のみならず平均流の鉛直シアとのエネルギー交換 ( $\overline{u_a w_a} \partial u_g / \partial z + \overline{v_a w_a} \partial v_g / \partial z$ ) によって増幅され、暖水渦内下部でエネルギーを散逸させることを数値モデルによって示し、これを inertial chimney と名付けてい

る。さらに, Whitt and Thomas (2013) では, Kunze (1985) が取り扱わなかった強い傾圧シア ( $Ri_g \sim 1$ ) によって近慣性内部波のトラッピングの場所がどのように変化するか, 群速度と位相速度が同じ鉛直方向に伝播する領域と近慣性内部波の回転方向が逆転する領域がどこに現れるかを示している。また, クリティカルレイヤーと反射が起こる層との違いについても説明している。

## 2.2. Slow time scale separation

これまでのレイ方程式のフロント域への応用は, WKB 近似からの要請で, フロントの水平スケールに対して伝播する内部波の水平スケールが小さいことを仮定している。しかしながら, 一般的に中緯度では, 海洋を通過する気象擾乱の水平スケールは海洋フロントの水平スケールより大きい。このため, レイ方程式は, 大スケールの気象擾乱からフロントの水平スケールより小さい近慣性内部波が励起される力学機構を説明することが出来ない。そこで, Young and Ben-Jelloul (1997) (以下で YBJ と呼ぶ) は, 近慣性内部波を慣性周期とそれからのずれを表す “slow time scale” に分離する手法を導入して, WKB 近似を用いないで近慣性内部波の伝搬を定式化した。本節では, 広く認識されていると考えられる Kunze (1985) 以外のアプローチの可能性を紹介するために, YBJ の定式化を詳細に述べる。特に, 大スケールの大気外力で励起される慣性流が, より小さい水平スケールを持つ渦を含んだ背景場とどのように相互作用を起こし, Kunze (1985) 他の理論と一致した結果となるかに着目して説明する。

運動方程式は, ブシネスク近似と静水圧近似の線形方程式,

$$\frac{Du_a}{Dt} + u_a \frac{\partial u_g}{\partial x} + v_a \frac{\partial u_g}{\partial y} + w_a \frac{\partial u_g}{\partial z} - f v_a = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p_a}{\partial x}, \quad (15a)$$

$$\frac{Dv_a}{Dt} + u_a \frac{\partial v_g}{\partial x} + v_a \frac{\partial v_g}{\partial y} + w_a \frac{\partial v_g}{\partial z} + f u_a = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p_a}{\partial y}, \quad (15b)$$

$$-\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p_a}{\partial z} + b_a = 0, \quad (15c)$$

$$\frac{\partial u_a}{\partial x} + \frac{\partial v_a}{\partial y} + \frac{\partial w_a}{\partial z} = 0, \quad (15d)$$

$$\frac{Db_a}{Dt} + u_a \frac{\partial b_g}{\partial x} + v_a \frac{\partial b_g}{\partial y} + w_a \left( N^2 + \frac{\partial b_g}{\partial z} \right) = 0, \quad (15e)$$

を用いる。ここで, 背景場 (地衡流とそれを作る浮力場) は流線関数  $\Psi$  で,

$$(u_g, v_g, w_g, b_g) = \left( -\frac{\partial \Psi}{\partial y}, \frac{\partial \Psi}{\partial x}, 0, f_0 \frac{\partial \Psi}{\partial z} \right), \quad (16)$$

と表され,  $f = f_0 + \beta y$ ,  $D/Dt = \partial/\partial t + u_g \partial/\partial x + v_g \partial/\partial y$ , である。ここで, YBJ は近慣性内部波の変質が慣性周期よりゆっくりと起こるための条件を, 無次元数 (2 乗するとバーガー数を表す)

$$\varepsilon = N_0 \lambda_V / f_0 \lambda_H \quad (17)$$

が小さいと設定した。ここで,  $N_0$  は,  $N(z)$  の鉛直分布中の最大値,  $\lambda_V$  と  $\lambda_H$  はそれぞれ鉛直・水平の波長。また, 近慣性内部波の分散関係式,  $\omega - f_0 \approx O(\varepsilon^2 f_0)$ , から  $\varepsilon^2 f_0$  が慣性周期からのずれを表すこともわかる ( $t_2 \equiv \varepsilon^2 f_0 t$  を “slow time scale” と呼ぶ)。これらの変数を用いると, 地衡流場 (16) 式を表す流線関数は,

$$\Psi(x, y, z, t) = \varepsilon^2 f_0 \lambda_H^2 \hat{\Psi} \left( \frac{x}{\lambda_H}, \frac{y}{\lambda_H}, \varepsilon^q \frac{z}{\lambda_V}, \varepsilon^2 f_0 t \right) \quad (18)$$

と無次元化される。すなわち, 地衡流が,  $u_g \equiv \varepsilon^2 f_0 \lambda_H$  でスケールされるため, ロスビー数は,  $R_0 = \varepsilon^2 = u_g / f_0 \lambda_H$  と表される。よって, “slow time scale” は, 準地衡流の時間スケールに一致する (ドップラーシフトも同じ時間スケール)。YBJ では, 鉛直スケールを  $\varepsilon^q / \lambda_V$  とし, 乗数  $q$  の大きさで, 鉛直方向の構造を表している。 $q=0$  の時は, 地衡流と近慣性内部波の鉛直スケールが同じであることを意味する。 $q=1$  の時は, 渦度方程式の渦の伸縮項と相対渦度項の大きさが同じオーダーであることを意味する。水柱の鉛直安定度を示す地衡流シアーによるリチャードソン数は  $Ri_g \equiv N^2 / \Psi_{yz}^2 \sim \varepsilon^{-2q-2}$  で表され, シアー不安定に対して安定であることがわかる。これらのスケールで (15) 式は無次元表記で,

$$\begin{aligned} \frac{Du_a}{Dt} + \varepsilon^2 u_a \frac{\partial u_g}{\partial x} + \varepsilon^2 v_a \frac{\partial u_g}{\partial y} + \varepsilon^{2+q} w_a \frac{\partial u_g}{\partial z} \\ - (1 + \varepsilon^2 \beta y) v_a = -\varepsilon^2 \frac{\partial p_a}{\partial x}, \end{aligned} \quad (19a)$$

$$\frac{Dv_a}{Dt} + \varepsilon^2 u_a \frac{\partial v_g}{\partial x} + \varepsilon^2 v_a \frac{\partial v_g}{\partial y} + \varepsilon^{2+q} w_a \frac{\partial v_g}{\partial z} + (1 + \varepsilon^2 \beta y) u_a = -\varepsilon^2 \frac{\partial v_a}{\partial y}, \quad (19b)$$

$$-\frac{\partial v_a}{\partial z} + b_a = 0, \quad \frac{\partial u_a}{\partial x} + \frac{\partial v_a}{\partial y} + \frac{\partial w_a}{\partial z} = 0, \quad (19c)$$

$$\frac{Db_a}{Dt} + \varepsilon^q u_a \frac{\partial b_g}{\partial x} + \varepsilon^q v_a \frac{\partial b_g}{\partial y} + w_a \left( N^2 + \varepsilon^{2q} \frac{\partial b_g}{\partial z} \right) = 0, \quad (19d)$$

と表される。ここでは  $D/Dt = \partial/\partial t + \varepsilon^2 [\partial/\partial t_2 + u_g \partial/\partial x + v_g \partial/\partial y]$  と時間スケールが分割され、 $\hat{\beta} = \beta \lambda_H / \varepsilon^2 f_0$  と  $\hat{N} = N N_0^{-1}$  を用いている。

ここから先は、背景場によって近慣性内部波がどのように変調するかを、慣性周期をリーディングオーダーとおき、近慣性を高次の  $\varepsilon$  をもった微小時間スケールの発展方程式で表すことで記述している（このため準地衡流方程式導出法も参考になる）。本稿では、数式の簡単化と鉛直モード展開につながる、 $q=0$  と順圧流 ( $\Psi_z=0$ ) の場合の紹介に限定する。ここで、 $q>0$  の場合、背景流に関する項の  $\varepsilon$  の係数が大きくなるため、リーディングオーダーと微小時間スケールの発展式が変わりうることに注意されたい。ただし、背景流が順圧流の場合は、微小時間スケールの発展方程式は、YBJ で取り扱われている  $q$  の範囲 ( $q=2$ ) では、 $q$  の値に依存しない（傾圧シアに伴うクロスタームが消えるため、定性的には近慣性波は常に地衡流の中に存在するというかもしれないが、この定式化は近慣性内部波の順圧成分を含まないという、順圧流を仮定する前に得られる結果と矛盾するので、 $q=2$  と順圧流の場合を考えるほうが良いかもしれない）。

YBJ は、複素関数表示、 $U \equiv u_a + i v_a$ ,  $\xi \equiv x + i y$ ,  $\partial/\partial \xi = 1/2 [\partial/\partial x - i \partial/\partial y]$ ,  $\partial/\partial \xi^* = 1/2 [\partial/\partial x + i \partial/\partial y]$  と、そのラプラシアン・ヤコビアン、 $\nabla^2 = 4 \partial^2/\partial \xi \partial \xi^*$ ,  $\partial(\xi, \xi^*)/\partial(x, y) = -2i$ , を導入し、水平方向の無次元運動方程式 (19) を、

$$\frac{\partial U}{\partial t} + i U = -\varepsilon^2 R, \quad (20)$$

$$R = \frac{\partial U}{\partial t_2} + \frac{\partial(\Psi, U)}{\partial(x, y)} + 2 \frac{\partial p}{\partial \xi^*} + i \left( \beta y + \frac{1}{2} \nabla^2 \Psi \right) U + 2i \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \xi^{*2}} U^* + 2i w_a \varepsilon^q \frac{\partial b_g}{\partial \xi^*}, \quad (21)$$

と表している。そして微小項  $\varepsilon^2$  で展開し（例えば  $U = U_0 + \varepsilon^2 U_2 + \dots$ ），ここから  $q=0$  を仮定し、 $\varepsilon^0$ （リーディングオーダー、慣性周期）と  $\varepsilon^2$ （微小時間スケールの発展）の式に分離している。慣性振動を表すリーディングオーダーの解として、流速場を複素関数  $M(x, y, z, t_2)$  を用いて、 $U_0 = \partial M / \partial z e^{-it}$  と表し、リーディングオーダーの場合はこの関数  $M$  で表せることを示している。 $\varepsilon^2$  のオーダーからは、 $\Psi_z = 0$  とこの次数では共鳴が起こらない（解に  $e^{it}$  を残す）ことを仮定し、関数  $M$  に関する方程式を得ている。この方程式は、有次元で

$$\frac{\partial^3 M}{\partial t \partial z^2} + \frac{\partial(\Psi, \frac{\partial^2 M}{\partial z^2})}{\partial(x, y)} + \frac{i N^2}{2 f_0} \nabla^2 M + i \left( \beta y + \frac{1}{2} \nabla^2 \Psi \right) \frac{\partial^2 M}{\partial z^2} = 0, \quad (22)$$

と表され、第2項は移流項、第3項は分散項、第4項は屈折項とそれぞれ呼ばれる。第3項を分散項と呼ぶのは、 $\beta = \Psi = \partial N / \partial z = 0$  の関係と波動解を仮定した時に、

$$\omega = N^2 k^2 / 2 f_0 m^2 \quad (23)$$

の関係が得られ、この関係式が分散関係、井上 (2017) の (3.4) 式の平方根、の波数に関わる項を微小とした時のテイラー展開に一致するためである（微小とすることはパーガー数が小さいことに一致する）。第4項は局所的な背景流による慣性周期の変調を表し、Kunze (1985) の  $f_{eff}$  を再現している（傾圧シアがある場合はそれによる変調が再現されることも示している、Whitt and Thomas (2013) も参照）。すなわち、慣性流からの微小な変調を近慣性として取り扱う運動方程式は、前節で紹介した Kunze (1985) 等の結果も内包することが示唆される。

さらに、YBJ は有次元で示した方程式を、リーディングオーダーの場の圧力は静水圧近似であることを利用して、複素変数  $A$  を用いて

$$M \equiv (f_0^2/N^2) \partial A / \partial z \quad (24) \quad \text{す,}$$

と定義し、次式で定義される微分演算子  $L$

$$LA = \partial M / \partial z \quad (25)$$

を用いて、微小時間スケールの発展方程式、

$$\frac{\partial LA}{\partial t} + \frac{\partial(\Psi, LA)}{\partial(x,y)} + \frac{i}{2} f_0 \nabla^2 A + i \left( \beta y + \frac{1}{2} \nabla^2 \Psi \right) LA = 0, \quad (26)$$

を導いている。

そして、Kunze (1985) が取り扱ったレイ方程式で用いられた WKB 近似が破綻する場合 (内部波の空間スケールが背景場より大きい場合)、近慣性内部波の強い分散モードが存在することを見出している。これは、近慣性内部波の空間スケールが背景場より大きい場合に、近慣性内部波の分散をパッシブなスカラー量の地衡乱流場による分散の類似として取り扱うことによって導かれる。まず、簡単のため  $\beta=0$  と沢山の渦で満たされた順圧地衡流場を仮定し、この場合の近慣性内部波の分散は平均スカラー場  $\bar{\theta}$  の拡散バランス、 $\partial \bar{\theta} / \partial t = K_e \nabla^2 \bar{\theta}$  ( $K_e$  は水平渦拡散係数) に似る (大きいスケールの近慣性内部波が渦を含んだ背景場で乱される) とし、(26) 式を空間積分して、

$$\frac{\partial \iint LA dx dy}{\partial t} + \frac{i}{2} \iint \nabla^2 \Psi LA dx dy = 0, \quad (27)$$

を得た。そして、 $\nabla^2 \Psi$  と  $A$  の相関によって拡散バランスが成立すると考え、 $A$  を空間平均とそこからのずれに分解する。

$$A(x, y, z, t) = \bar{A}(z, t) + A'(x, y, z, t) \quad (28)$$

ここで、(27) 式は、

$$\frac{\partial L \bar{A}}{\partial t} + \frac{i}{2} \overline{\nabla^2 \Psi LA'} = 0, \quad (29)$$

と書くことができ、 $\overline{\nabla^2 \Psi LA'}$  項が渦拡散に現れる  $\overline{\mathbf{u}'\theta'}$  項を類似することとなる。これと (26) 式から、平均場  $\bar{A}$  と背景場の相互作用によって強制される擾乱場  $A'$  を表

$$\begin{aligned} \frac{\partial LA'}{\partial t} + \frac{\partial(\Psi, LA')}{\partial(x,y)} + \frac{i}{2} f_0 \nabla^2 A' + \frac{i}{2} \nabla^2 \Psi LA' \\ - \frac{i}{2} \overline{\nabla^2 \Psi LA'} = - \frac{i}{2} \nabla^2 \Psi L \bar{A}, \end{aligned} \quad (30)$$

が導き出され、右辺が相互作用項を表す。さらに、(30) 式において、 $\Psi$  が小さく、 $\Psi$  のオーダーを含む項が  $\Psi^2$  のオーダーを含む項よりもはるかに大きいとした時の主要なバランス、 $f_0 \nabla^2 A' \sim -\nabla^2 \Psi L \bar{A}$  (水平分散項  $\sim$  右辺の相互作用項)、から、 $A'$  の近似解

$$A' \approx -\frac{1}{f_0} \Psi L \bar{A} \quad (31)$$

を求め、これを強い分散近似と呼んでいる。ここで、 $\Psi$  が小さいとは、水平分散項が十分強く大きいスケールの構造の歪みを生まない ( $\bar{A} \gg A'$ ) ことを意味する。この近似下では、(29) 式は、

$$\frac{\partial L \bar{A}}{\partial t} + \frac{i}{2 f_0} \overline{\nabla \Psi \cdot \nabla \Psi} L^2 \bar{A} = 0, \quad (32)$$

と表され、 $\bar{A}$  は渦スケールの空間構造は持たないが、 $A'$  は  $\Psi$  に直接比例すること、 $\bar{A}$  の時間発展には渦運動エネルギーが係数としてかかることが示される。さらに、近似解 (31) で、 $\Psi$  が  $\nabla^2 \Psi$  と負の相関をもつことと、(証明は与えられていないが)  $-L$  が正定微分演算子であることから、 $A'$  は負の相対渦度場  $\nabla^2 \Psi < 0$  で近慣性内部波を強化するという観測事実と一致すると述べている。また、同様の手続きで (26) 式に現れる他の項を含んだ  $\bar{A}$  の式を導出し、そこに近慣性内部波に対して鉛直モード展開を適用し、各モードに  $A_n = e^{i(kx+ly-\omega_n t)}$  の解を与え、分散関係として、

$$\omega_n = \frac{1}{2} R_n^2 f_0 (k^2 + l^2) - \frac{K}{f_0 R_n^2}, \quad (33)$$

を得ている (その式展開は、ここでは省略する)。ここで、 $K \equiv \overline{\nabla \Psi \cdot \nabla \Psi} / 2$  は平均渦運動エネルギー、 $R_n = c_n / f_0$  は第  $n$  モードの変形半径。すなわち、近慣性内部波の水平スケールが渦スケールよりもはるかに大きい時は、海面で励起された近慣性内部波の各モードは、渦エネルギーに比例する形で位相のずれを起し、下層へと伝播

していくと解釈される。

このYBJモデルの応用例として、Balmforth *et al.* (1998)とBalmforth and Young (1999)は、このモデルにモード展開を組み合わせ、水平構造に着目して、順圧地衡流場と $\beta$ 効果が混合層内の慣性流の鉛直伝播を強化する詳細を示している。また、Klein and Llewellyn Smith (2001)は、背景流として簡単な場を仮定するのではなく、連続的な水平波数スペクトルで規定した準地衡流場での数値実験結果から、近慣性内部波の水平波数スペクトルの傾きが変化する波数が存在することを示している。そして、YBJモデルに鉛直モード展開と水平方向のフーリエ変換を適応し、分散にはトラッピングモードが重要でエネルギーは渦度場に沿うこと、この波数がトラッピングモードとYBJの強い分散モードの境界(ここで強い分散モードの方が波数大)にあたり両方の機構の寄与によって分散が大きくなること、そのために下層でこの水平波数に近慣性周期のエネルギーが蓄積されることを指摘した。その後、Klein *et al.* (2004)は、背景場に沢山の渦が存在する場(渦度の水平波数スペクトル勾配が $-4$ より緩い)では、励起直後の近慣性内部波エネルギーの水平分布が渦度のラプラシアン分布に依存することを示している。また、Klein *et al.* (2004)は鉛直モード展開による理論解析では、背景流が順圧であるため、レイ方程式で取り扱われた鉛直トラッピングを取り扱えないことを指摘している。このことから、Danioux *et al.* (2008)とDanioux and Klein (2008)は、3次元プリミティブ方程式の数値実験を行い、海面で励起された低次モードの近慣性内部波が、中規模渦の存在する海洋を下層へ伝播する際に、プリミティブ方程式の中の非線形項 $v \partial \rho / \partial y$ (背景場と内部波間の相互作用)を通じた共鳴によって、主温度躍層より深い層で $2f$ 波が生成することを示している。さらに近慣性内部波とこの $2f$ 波がPSIを通じてシア不安定を起し、散逸し得ることを示唆している。ここで、発生要因は異なる(Niwa and Hibiya, 1997)ものの、Niwa and Hibiya (1999)は、係留観測データから深層での $\omega \sim 2f$ の内部波の励起を確認していることが注目される。一方、Thomas and Taylor (2014)は、フロント域の相対渦度と傾圧シアによって内部波の存在出来る周波数帯が $\omega \sim f/2$ に引き下げられた時(こちらはフロント構造のある比較的浅い層)、近慣性内部波

は、この最低周波数を持った波の $2\omega$ 波となりえ、PSIによってシア不安定が起こりうることを示している。これらの数値実験による研究結果は、レイ方程式で示されたトラッピング以外の局所的な散逸機構が、傾圧シア構造を持った背景場では存在する可能性を示す点が興味深い。

### 3. 終わりに

本総説と井上 (2017) では、海上風が乱流混合を海洋主温度躍層で引き起こす過程の中から、慣性運動の混合層内での発生から近慣性内部波の伝播についてレビューを行った。混合層スラブモデルのダンピング項で説明されたように、海洋混合層で励起された慣性流は、乱流によるエネルギー散逸と内部波によるエネルギーの下層への輸送によって減衰する。内部波によって運ばれるエネルギーの一部は、低次モードの近慣性内部波として中深層に伝播し、他の内部波等との相互作用を経て、究極的には散逸する。一方、混合層や亜表層では、混合層過程や鉛直伝播速度が相対的に遅い高次モードの近慣性内部波によるシア不安定が、エネルギー散逸に寄与すると考えられる。すなわち、近慣性周期の運動による乱流のパラメタリゼーションは、少なくとも混合層を含む亜表層と主温度躍層以深の中深層に分けて考える必要が示唆される。これら混合層でのエネルギー散逸と中深層での内部波エネルギーの散逸の定式化については、それぞれ、吉川・遠藤 (2017)と日比谷 (2009)でレビューされている。また、観測研究を含めた近慣性内部波の総合的なレビューは、Alford *et al.* (2016)によっても行われている(本稿では取り上げなかったウェーブキャプチャー、Buhler and McIntyre (2005), も紹介されている)。

深層の鉛直混合強度を維持するために必要なエネルギーの主要な供給源( $\sim 1$  TW)と考えられた海上風起源の近慣性内部波(Munk and Wunsch, 1998)だが、混合層スラブモデル出力の解析から、風再解析プロダクトの時空間分解能への依存性の問題があるものの(Rimac *et al.*, 2013), その注入量が1 TWよりも小さい( $0.5 \sim 0.7$  TW)ことが示唆されている(Watanabe and Hibiya, 2002; Alford, 2003)。さらに、混合層に励起された慣性振動のエネルギーの一部( $10 \sim 30$  %)のみが、主温度躍



層に到達することも示唆され (Furuichi *et al.*, 2008; Zhai *et al.*, 2009; Alford *et al.*, 2012), 海洋に注入された近慣性周期エネルギーの大部分が, 混合層から亜表層で散逸し, この深度帯に影響力を持つとも考えられる (Jochum *et al.*, 2013)。しかしながら, この海上風起源の近慣性内部波の各深度での役割は何かという根本的な疑問の解明は, まだ不明な点が多く興味深い問題と考えられる。また, ストームトラックの通過する西岸境界域や海洋フロント域では, 背景流の影響によって, 海上風のエネルギーのインプット・伝播・散逸の機構が変化し, 主温度躍層付近での乱流混合が強化しうることが示唆されているため, これらの海域での近慣性内部波の消長についてのプロセススタディとその影響の考察も必要と考えられる。

近年, 海上風起源の近慣性内部波について, その中深層へのエネルギー供給源としての相対的な重要性に疑問が持たれている。それと同時に, 南極周極流や西岸境界流と地形の相互作用による山岳波の発生に伴う乱流混合, フロント域や西岸境界流域での傾圧不安定や地形効果による背景流の不安定からの近慣性内部波の自励的な生成とそれに伴う乱流混合等々 (Molemaker *et al.*, 2005; Dewar and Hogg, 2010; Zhai *et al.*, 2010; Hogg *et al.*, 2011; Nikurashin and Ferrari, 2011; Thomas, 2012; Nikurashin *et al.*, 2013; Dewar *et al.*, 2015; Molemaker *et al.*, 2015; Nagai *et al.*, 2015), 海上風が慣性周期よりも長い周期の海面強制力を介して中深層で鉛直混合を励起する機構の研究が進められている。このような視点を加えることによって, 海上風や潮汐が励起する乱流混合は, 熱塩循環の駆動という観点のみではなく, 風成循環をも取り込んだ海洋のエネルギー収支の一部として取り扱われている点を最後に指摘したい (Wunsch and Ferrari, 2004; Ferrari and Wunsch, 2009)。

## 謝辞

本総説は, MEXT KAKENHI JP15H05818 の助成を受けて行われました。大変貴重な機会を与えて頂いた安田一郎教授に感謝致します。また, 渡辺路生博士, 古市尚基博士, 吉川裕博士, 丹羽淑博博士, 細田滋毅博士, 2名の査読者から有益なコメントを頂きました。感謝致し

ます。

## References

- Alford, M. H. (2003): Improved global maps and 54-year history of wind-work on ocean inertial motions. *Geophys. Res. Lett.*, **30**, 1424–1427.
- Alford, M. H., M. F. Cronin, and J. M. Klymak (2012): Annual cycle and depth penetration of wind-generated near-inertial internal waves at Ocean Station Papa in the northeast Pacific. *J. Phys. Oceanogr.*, **42**, 889–909.
- Alford, M. H., J. A. MacKinnon, H. L. Simmons, and J. D. Nash (2016): Near-inertial internal gravity waves in the ocean. *Annual Review of Marine Science*, **8**, 95–123.
- Balmforth, N. J., S. G. Llewellyn Smith, and W. R. Young (1998): Enhanced dispersion of near-inertial waves in an idealized geostrophic flow. *J. Mar. Res.*, **56**, 1–40.
- Balmforth, N. J., and W. R. Young (1999): Radiative damping of near-inertial oscillations in the mixed layer. *J. Mar. Res.*, **57**, 561–584.
- Bretherton, F. P., and C. J. R. Garrett (1968): Wavetrains in inhomogeneous moving media. *Proc. Roy. Soc.*, **302**, 529–554.
- Buhler, O., and M. E. McIntyre (2005): Wave capture and wave-vortex duality. *J. Fluid Mech.*, **534**, 67–96.
- Cushman-Roisin, B., and J.-M. Beckers (2011): Introduction to geophysical fluid dynamics: physical and numerical aspects. Academic Press.
- Danioux, E., and P. Klein (2008): A resonance mechanism leading to wind forced motions with a 2f frequency. *J. Phys. Oceanogr.*, **38**, 2322–2329.
- Danioux, E., P. Klein, and P. Rivière (2008): Propagation of wind energy into the deep ocean through a fully turbulent mesoscale eddy field. *J. Phys. Oceanogr.*, **38**, 2224–2241.
- Dewar, W. K., and A. M. Hogg (2010): Inviscid dissipation of balanced flow. *Ocean Modell.*, **32**, 1–13.
- Dewar, W. K., M. Molemaker, and J. C. McWilliams (2015): Centrifugal instability and mixing in the California Undercurrent. *J. Phys. Oceanogr.*, **45**, 1224–1241.
- Eliassen, A. (1962): On the vertical circulation in frontal zones. *Geophys. Publ.*, **24**, 147–160.
- Ferrari, R., and C. Wunsch (2009): Ocean circulation kinetic energy: reservoirs, sources, and sinks. *Annu. Rev. Fluid Mech.*, **41**, 253–282.
- Furuichi N., T. Hibiya, and Y. Niwa (2008): Model predicted distribution of wind-induced internal wave energy in the world's oceans. *J. Geophys. Res.*, **113**, C09034.
- 日比谷紀之 (2009): 海洋の中・深層における鉛直拡散強度の全球分布に関する理論的・観測的研究, *海の研究*, **18**, 115–134.
- Hogg, A. M., W. K. Dewar, P. Berloff, and M. L. Ward (2011): Kelvin wave hydraulic control induced by interactions between vortices and topography. *J. Fluid Mech.*, **687**, 194–208.
- 井上龍一郎 (2017): 海上風による慣性振動の励起と近慣性内部重力波の海洋中への伝播に関する理論研究, *海の研究*, **26**, 217–225.
- Inoue, R., M. C. Gregg, and R. R. Harcourt (2010): Mixing rates across the Gulf Stream, Part I: On the formation of Eighteen Degree Water. *J. Mar. Res.*, **68**, 643–671.
- Jochum, M., B. P. Briegleb, G. Danabasoglu, W. G. Large, N. J. Norton, S. R.

- Jayne, M. H. Alford, and F. O. Bryan (2013): The impact of oceanic near-inertial waves on climate. *J. Climate*, **26**, 2833–2844.
- Klein, P., and S. G. Llewellyn Smith (2001): Horizontal dispersion of near-inertial oscillations in a turbulent mesoscale eddy field. *J. Mar. Res.*, **59**, 697–723.
- Klein, P., S. Llewellyn-Smith, and G. Lapeyre (2004): Organization of near-inertial energy by an eddy field. *Q. J. R. Meteorol. Soc.*, **130**, 1153–1166.
- Kunze, E. (1985): Near-inertial wave propagation in geostrophic shear. *J. Phys. Oceanogr.*, **14**, 544–565.
- Kunze, E., and T. B. Sanford (1984): Observations of near-inertial waves in a front. *J. Phys. Oceanogr.*, **14**, 566–581.
- Kunze, E., R. W. Schmitt, and J. M. Tooles (1995): The energy balance in a warm-core ring's near-inertial critical layer. *J. Phys. Oceanogr.*, **25**, 942–957.
- Leaman, K. D., and T. B. Sanford (1975): Vertical energy propagation of inertial waves: a vector spectral analysis of velocity profiles. *J. Geophys. Res.*, **80**, 1975–1978.
- Lee, D., and P. P. Niiler (1998): The inertial chimney: the near-inertial energy drainage from the ocean surface to the deep layer. *J. Geophys. Res.*, **103**, 7579–7591.
- Molemaker, M., J. C. McWilliams, and I. Yavneh (2005): Baroclinic instability and loss of balance. *J. Phys. Oceanogr.*, **35**, 1505–1517.
- Molemaker, M. J., J. C. McWilliams, and W. K. Dewar (2015): Sub-mesoscale instability and generation of mesoscale anticyclones near a separation of the California undercurrent. *J. Phys. Oceanogr.*, **45**, 613–629.
- Mooers, C. N. K. (1975): Several effects of a baroclinic current on the cross-stream propagation of inertial-internal waves. *Geophys. Fluid Dyn.*, **6**, 245–276.
- Munk, W. H., and C. Wunsch (1998): Abyssal recipes II: Energetics of tidal and wind mixing. *Deep-Sea Res. Part I*, **45**, 1977–2010.
- Nagai, T., A. Tandon, E. Kunze, and A. Mahadevan (2015): Spontaneous Generation of Internal Waves by the Kuroshio Front. *J. Phys. Oceanogr.*, **45**, 2381–2406.
- Nikurashin, M., and R. Ferrari (2011): Global energy conversion from geostrophic flow into internal lee waves in the deep ocean. *Geophys. Res. Lett.*, **38**, L08610.
- Nikurashin, M. and R. Ferrari (2013): Estimates of the overturning circulation driven by breaking internal waves. *Geophys. Res. Lett.*, **12**, 3133–3173.
- Niwa, Y., and T. Hibiya (1997): Nonlinear processes of energy transfer from traveling hurricanes to the deep ocean internal wave field. *J. Geophys. Res.*, **102**, 12469–12477.
- Niwa, Y., and T. Hibiya (1999): Response of the deep ocean internal wave field to traveling midlatitude storms as observed in long term current measurements. *J. Geophys. Res.*, **104**, 10981–10989.
- Rimac, A., J.-S. von Storch, C. Eden, and H. Haak (2013): The influence of high-resolution wind stress fields on the power input to near-inertial motions in the ocean. *Geophys. Res. Lett.*, **40**, 4882–4886.
- Sawyer, J. S. (1956): The vertical circulation at meteorological fronts and its relation to frontogenesis. *Proc. Roy. Soc. London*, **A234**, 346–362.
- Thomas, L. N. (2012): On the effects of frontogenetic strain on symmetric instability and inertia-gravity waves. *J. Fluid Mech.*, **711**, 620–640.
- Thomas, L. N., and J. R. Taylor (2014): Damping of inertial motions by parametric subharmonic instability in baroclinic currents. *J. Fluid Mech.*, **743**, 280–294.
- Watanabe, M., and T. Hibiya (2002): Global estimates of the wind-induced energy flux to inertial motions in the surface mixed layer. *Geophys. Res. Lett.*, **29**, 1239, doi:10.1029/2001GL04422.
- Whitt, D. B., and L. N. Thomas (2013): Near-inertial waves in strongly baroclinic currents. *J. Phys. Oceanogr.*, **43**, 706–725.
- Wunsch, C., and R. Ferrari (2004): Vertical mixing, energy and the general circulation of the oceans. *Annu. Rev. Fluid Mech.*, **36**, 281–314.
- 吉川裕・遠藤貴洋 (2017): 海洋表層混合層における乱流混合に関する研究, *海の研究*, **26**, 239–250.
- Young, W. R., and M. Ben-Jelloul (1997): Propagation of near-inertial oscillations through a geostrophic flow. *J. Mar. Res.*, **55**, 735–66
- Zhai, X., R. J. Greatbatch, and J. Sheng (2005a): Doppler-shifter inertial oscillations on a  $\beta$  plane. *J. Phys. Oceanogr.*, **35**, 1480–1488.
- Zhai, X., R. J. Greatbatch, and J. Zhao (2005b): Enhanced vertical propagation of storm-induced near-inertial energy in an eddying ocean channel model. *Geophys. Res. Lett.*, **32**, L18602.
- Zhai, X., R. J. Greatbatch, C. Eden, and T. Hibiya (2009): On the loss of wind-induced near-inertial energy to turbulent mixing in the upper ocean. *J. Phys. Oceanogr.*, **39**, 3040–3045.
- Zhai, X., H. L. Johnson, and D. P. Marshall (2010): Significant sink of ocean-eddy energy near western boundaries. *Nature Geoscience*, **3**, 608–612.

## A review of wind-induced near-inertial gravity waves propagating in background flows

Ryuichiro Inoue\*

### Abstract

In this review (Part 2), I further introduce how the propagation of near-inertial internal gravity waves in a background flow is formulated, focusing on dispersion relations, spatial scales of waves and background flow fields and time evolutions of waves.

**Key words** : near-inertial internal gravity waves, fronts, eddies

(Corresponding author's e-mail address : rinoue@jamstec.go.jp)

(Received 3 August 2016 ; accepted 21 March 2017)

(Copyright by the Oceanographic Society of Japan, 2017)

---

\* Research and Development Center for Global Change,  
Japan Agency for Marine-Earth Science and Technology (JAMSTEC)  
2-15 Natsushima-cho, Yokosuka 237-0061, Japan  
TEL: +81468679834 FAX: +81468679835  
e-mail: rinoue@jamstec.go.jp

