

— 総 説 —

## 海上風による慣性振動の励起と近慣性内部重力波 の海洋中への伝播に関する理論研究\*

井上 龍一郎<sup>†</sup>

### 要 旨

海上風によって混合層に励起される慣性振動のエネルギーの一部は、近慣性内部重力波として海洋内部を伝播し、最終的にそのエネルギーを散逸させる。この一連の過程を理解するために、本稿では、気象擾乱の海洋表層混合層での慣性周期へのエネルギー注入量の見積もり方法、混合層から海洋内部への近慣性内部波の放射過程の定式化、海洋内部での近慣性内部波の伝播の様子の定式化を紹介する。

キーワード：慣性振動，近慣性内部重力波，鉛直モード展開，レイ方程式

### 1. はじめに

海上風によって励起される近慣性内部重力波（以下、近慣性内部波）は、潮汐とならび深層の密度・トレーサーの鉛直分布を単純な一次元移流拡散バランスで再現するために見積もられた鉛直混合強度を生み出すための、主要なエネルギー源と考えられている（Munk, 1966; Munk and Wunsch, 1998）。本総説では、海上風が乱流混合を海洋主温度躍層以深で引き起こすために必要な過程が、どのように定式化されてきたかをレビューする。本稿では、まず海洋混合層での風エネルギーによる慣性振動の励起の定式化について述べ、近慣性内部波の分散関係を導出し、鉛直モード展開やレイ方程式を用いた近慣性内

部波の海洋混合層から海洋内部へと海洋内部での伝播の定式化を紹介する。本稿は、理論的定式化のレビューが中心となるため、初学者は直感的な理解の助けとなる Simmons and Alford (2012) や Alford *et al.* (2016) にも同時に目を通して頂きたい。

### 2. 海洋混合層での慣性振動励起の定式化

海洋の背景流による相対渦度の影響等がない場合、内部重力波が存在する周期は、慣性周期から浮力振動周期の間になる（例えば、Gill (1982) の 8.4 節を参照）。中緯度帯では、気象擾乱の通過速度が内部重力波の位相速度より速いため、海上を気象擾乱が通過する際、海上風によって慣性周期にエネルギーが効率的に注入されることが知られ、海洋表層の近慣性周期エネルギーには顕著な季節・空間依存性があることがアルゴフロートの海面での軌跡や海面漂流ブイ等による観測から明らかになっている（Park *et al.*, 2005; Chaigneau *et al.*, 2008; Elipot *et al.*, 2010）。本章では、海上風が中深層で鉛直混合を起こす一連の過程を理解するための初めの一歩として、風が

\* 2016年8月3日受理；2017年3月21日受理  
著作権：日本海洋学会，2017

<sup>†</sup> 国立研究開発法人海洋研究開発機構  
地球環境観測研究開発センター  
〒237-0061 神奈川県横須賀市夏島町2-15  
TEL：046-867-9834 FAX：046-867-9835  
e-mail：rinoue@jamstec.go.jp

海洋混合層に注入する慣性周期エネルギー量を見積もる方法をレビューする。

海洋混合層内の鉛直方向の変動および水平方向の勾配は十分小さいと仮定すると、混合層内を鉛直積分した運動方程式は、

$$\frac{dU}{dt} - fV = \frac{\tau_W^x - \tau_R^x}{\rho_0 H}, \quad (2.1a)$$

$$\frac{dV}{dt} + fU = \frac{\tau_W^y - \tau_R^y}{\rho_0 H}, \quad (2.1b)$$

と書ける (Pollard and Millard, 1970; D'Asaro, 1985; Plueddemann and Farrar, 2006)。ここで、 $(U, V)$  は鉛直一様の混合層 (スラブ) 流速、 $(\tau_W^x, \tau_W^y)$  は海面風応力、 $(\tau_R^x, \tau_R^y)$  は混合層内の運動の減衰応力の東西・南北成分をそれぞれ表し、 $\rho_0$  は海面海水密度、 $f$  はコリオリ周波数、 $H$  は混合層厚を表す。(2.1) 式は、複素表示、 $Z = U + iV$ 、 $T_W = (\tau_W^x + i\tau_W^y)/\rho_0$ 、 $T_R = (\tau_R^x + i\tau_R^y)/\rho_0$  を使うと、

$$\frac{dZ}{dt} + ifZ = \frac{T_{net}}{H} \quad (2.2)$$

と書き換えられる。ここで、 $T_{net} = T_W - T_R$  である。強制力である風が一定で、流れが定常になる場合には、(2.2) 式は、

$$Z_E = \frac{T_{net}}{ifH} \quad (2.3)$$

となり、混合層内の定常エクマン流を表す。ここで、 $T_R$  を線形関数型  $T_R = rHZ$  で与えると、 $Z = T_W / \{(r + if)H\}$  となる。次に、強制力がない場合 ( $T_W = 0$ ) を考えると、(2.2) 式は

$$\frac{dZ}{dt} + ifZ = -\frac{T_R}{H} \quad (2.4)$$

となり、 $T_R = rHZ$  を与えると慣性流の減衰振動解、

$$Z = Z_0 e^{-ift - rt} \quad (2.5)$$

が得られる。ここで減衰係数  $r$  は周波数の次元を持ち指数関数での減衰の時間スケールを与える。

強制力である風が非定常の場合には、混合層内に励起

される流れも非定常になる。この時、強制される流れは時間変動するエクマン流と慣性流に分離できる ( $Z_I = Z - Z_E$ ) として、(2.2) 式へ代入すると、

$$\frac{dZ_I}{dt} + ifZ_I = -\frac{dZ_E}{dt} = -\frac{1}{if} \frac{d}{dt} \left( \frac{T_{net}}{H} \right) \quad (2.6)$$

となる。エネルギーの注入量 (エネルギーフラックス、 $W m^{-2}$ ) は、(2.6) 式に複素共役  $\rho_0 H Z_I^*$  をかけて運動エネルギー方程式、

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left( \frac{\rho_0 H}{2} |Z_I|^2 \right) &= -\rho_0 H \operatorname{Re} \left[ \frac{Z_I^*}{if} \frac{d}{dt} \left( \frac{T_W}{H} \right) \right] \\ &+ \rho_0 H \operatorname{Re} \left[ \frac{Z_I^*}{if} \frac{d}{dt} \left( \frac{T_R}{H} \right) \right] + \frac{\rho_0}{2} |Z_I|^2 \frac{dH}{dt} \end{aligned} \quad (2.7)$$

の右辺第 1 項から求めることが出来る。ここで、風応力が慣性周期で変動し、 $H$  の慣性周期内の時間変化の寄与が相対的に小さいとすると、(2.7) 式右辺第一項は、 $T = T_0 e^{-ift}$  を用いて、

$$\rho_0 \operatorname{Re} [Z_I^* T] = \vec{\tau} \cdot \vec{U}_I \quad (2.8)$$

と表される。ここで、 $\vec{U}_I$  は慣性流、 $\vec{\tau}$  は慣性周期の風応力のベクトル表記を意味し、これを共鳴 (Alford (2003) の Fig. 2 参照) と呼ぶ。実際のエネルギーの注入量の計算は、 $T_R = rHZ$  を与え、各格子点上の風応力を用いて (2.6) 式を時間積分する方法 (Alford, 2001; Watanabe and Hibiya, 2002)、各格子点上の風応力を周波数成分にフーリエ変換し変換関数から求める方法 (Alford, 2003; Mickett *et al.*, 2010) が用いられている。これらの研究では、中緯度帯で秋冬にエネルギーの注入量が大きくなることが示されている。

なお、海洋フロント近傍など背景流がある場合については、Weller (1982), Klein and Hua (1988), Whitt and Thomas (2015) 等が議論している。これらの研究では、背景流が存在することによって、慣性流の周期が変調されることや、レイノルズストレスによる平均場とのエネルギー交換が起こること等が示唆されている。さらに、フロント近傍では、混合層内の成層状態や鉛直シアの強さによって、負のポテンシャル渦度の存在による不安定 (Symmetric instability) 等が活発に起こりうることが示唆され、西岸境界流のフロント近傍における不安定現

象と混合層内の慣性振動との関係についての研究も行われている (例えば, Thomas *et al.*, 2016)。

### 3. 近慣性内部波の混合層から海洋内部へと海洋内部での伝播の定式化

混合層に励起された慣性振動のエネルギーの一部は、混合層直下での収束・発散による鉛直変位が近慣性内部波になることによって、海洋内部へ伝播していく。本章では、近慣性内部波の混合層から海洋内部への伝播と、成層した海洋内部での伝播がどのように定式化されるかを説明する。

ここでは、背景流のない場合の近慣性内部波を、ブシネスク近似と静水圧近似の下で、以下の線形運動方程式を用いて表すことから始める。

$$\frac{\partial u}{\partial t} - fv = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x'} \quad (3.1a)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + fu = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial y'} \quad (3.1b)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0, \quad (3.1c)$$

$$-\frac{\partial p}{\partial z} - g\rho' = 0, \quad (3.1d)$$

$$\frac{g}{\rho_0} \frac{\partial \rho'}{\partial t} - N^2 w = 0. \quad (3.1e)$$

ここで、 $u$  は東西流速、 $v$  は南北流速、 $w$  は鉛直流速、 $\rho_0$  は基準密度、 $\rho'$  は背景密度場  $\overline{\rho(z)}$  からの変位、 $p$  は圧力を示す。 $g$  は重力、 $N$  はブラント-パイサラ周波数を表し、 $\overline{\rho(z)}$  から定義される。 $x, y, z$  はそれぞれ東向き、北向き、上向きを正とする。(2.1) 式と違い、(3.1) 式には圧力の水平方向の勾配を含むが、摩擦による散逸は考慮しない。ただし、(2.1) 式で用いられた線形摩擦(減衰)項に含まれていた、内部波の混合層下への放射によるエネルギー減衰の効果は、(3.1) 式に内部波の伝播として陽に含まれる。すなわち、摩擦がない場合の混合層内の慣性振動、

$$\frac{\partial u}{\partial t} - fv = 0, \quad (3.2a)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + fu = 0, \quad (3.2b)$$

に対して、実際の海洋では、流れの空間的な非一様性に伴う収束発散が水平圧力勾配を作るため、混合層下層の密度面に変位が引き起こされ (inertial pumping)、この変位が内部波として伝播する (例えば, Gill, 1984) という定式化になっている。

またこの定式化は、海洋内部での内部波の伝播特性も表し、変数に対して波動解、

$$u(x, y, z, t) = u_0 e^{i(kx + ly + mz - \omega t)} \quad (3.3)$$

等を仮定し、(3.1) 式に代入すると、分散関係式、

$$\omega^2 = [f^2 m^2 + N^2(k^2 + l^2)] / (k^2 + l^2 + m^2) \quad (3.4)$$

が得られる。近慣性内部波の場合、 $N^2 \gg \omega^2 \sim f^2$  の関係から  $k^2 + l^2 \ll m^2$  となり、

$$(\omega^2 - f^2)m^2 = N^2(k^2 + l^2) \quad (3.5)$$

と表される (Gill, 1982)。ここで、エネルギー伝搬速度を表す群速度  $\vec{C}_g$  の鉛直成分は、 $k_H^2 = k^2 + l^2$  として、

$$C_g^z = \frac{\partial \omega}{\partial m} \approx -\frac{N^2 k_H^2}{m^3 f} \quad (3.6)$$

と表され、(3.6) 式から  $k^2 + l^2 \ll m^2$  を満たす近慣性内部波の鉛直方向の群速度は、水平スケールが大きい、もしくは鉛直波数が大きい時に小さいことが示唆される。また、位相速度  $\vec{C}_p$  の鉛直成分は  $C_p^z = \omega/m$  で表され、 $C_g^z$  との符号の違いから、鉛直伝播方向が逆なことが分かる。また、ここでは導出しないが、 $\vec{C}_p \cdot \vec{C}_g = 0$  が成立するため、位相とエネルギーの進行方向は直交することがわかる。

以下では、この分散関係が鉛直モード展開やレイ方程式でどのように用いられ、内部波の伝播を説明するかを紹介する。ここで、鉛直モード展開は、内部重力波を直交関数で分解し、鉛直構造を理解するのに用いられる。レイ方程式は、内部重力波の特性曲線を表し、伝搬の直感的な理解に有効である (Gerkema and Zimmerman, 2008)。近慣性内部波への適用としては、鉛直モード展

開は主に混合層内から下層への伝播の理解に、レイ方程式は海洋内部での近慣性内部波の伝播を理解するのに用いられる(例えば, Garrett, 2001)。

### 3.1. 鉛直モード展開

ここでは、中緯度で気象擾乱が通過した際に混合層内に励起された近慣性流が、海洋内部へ伝播する様子を定式化した Gill (1984) の結果を Meyers (2009) のノートにそって紹介し、その後、 $\beta$  効果( $\beta = df/dy$ )について触れる (D'Asaro, 1989)。そして、これらの理論モデルと観測の比較研究の結果として、近慣性内部波が混合層から海洋内部へと伝播する過程に関する研究の金字塔と言える Ocean Storms Experiment (*Journal of Physical Oceanography* の volume 25 が特集号になっている) を紹介する (D'Asaro, 1995a)。なお、本稿では触れないが、中緯度での気象擾乱よりも水平スケールの小さい台風やサイクロンの通過中の海洋内部の応答については膨大な研究論文が存在し、鉛直モード展開を用いた研究としては、例えば Nilsson (1995) がある。

Gill (1984) は、通過した気象擾乱は、混合層内に緯度方向の流速構造を残すと仮定し、海洋の応答を傾圧流の調整問題として問題を定式化している。用いた海洋は、深さ一定、ブシネスク近似と静水圧近似を仮定している。具体的には、(3.1) 式で  $\partial/\partial x = 0$  とし、 $p$  を基準密度で割ったもので与え、密度擾乱  $\rho'$  については定義を与えず、式展開の中で消去している。ここで気象擾乱によって混合層内に形成された流速場 (初期条件) は、 $u = u_i(y)S(z)$  で与えられる。これは、子午面方向の初期の流速場  $u_i(y)$  の構造を、混合層内で 1 となるステップ関数  $S(z)$  と組み合わせることで、海面に与えられた相対渦度を混合層内にのみ存在させたものである。この時、鉛直流速と子午面方向の流速をそれぞれ変位 (鉛直変位  $h$  と子午面変位  $\eta$ ) で、 $w = \partial h/\partial t$  と  $v = \partial \eta/\partial t$  と表すと、運動方程式は以下のように書ける。

$$u - f\eta = u_i(y)S(z), \quad (3.7a)$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial y} + \frac{\partial h}{\partial z} = 0, \quad (3.7b)$$

$$\frac{\partial p}{\partial z} = -N^2 h, \quad (3.7c)$$

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} + fu = -\frac{\partial p}{\partial y}. \quad (3.7d)$$

これらの方程式に鉛直モード展開 (例えば, Gill (1982) の 6.11 節や Gerkema and Zimmerman (2008) の 5 章を参照),

$$(u, \eta, p) = \sum_{n=0}^{\infty} (\tilde{u}_n, \tilde{\eta}_n, \tilde{h}_n) \hat{p}_n(z), \quad (3.8a)$$

$$h = \sum_{n=1}^{\infty} \tilde{h}_n \hat{h}_n(z) \quad (3.8b)$$

を用いると、子午面変位は、

$$\frac{\partial^2 \tilde{\eta}_n}{\partial t^2} + f^2 \tilde{\eta}_n - c_n^2 \frac{\partial^2 \tilde{\eta}_n}{\partial y^2} = -f \sigma_n u_i(y) \quad (3.9)$$

と表される。ここで、直交モードの固有関数  $\hat{h}_n$  と  $\hat{p}_n$  は、 $n \geq 1$  の時、 $d\hat{p}_n/dz = -N^2 \hat{h}_n$  と  $c_n^2 d\hat{h}_n/dz = \hat{p}_n$  を満たす。 $\sigma_n$  は、ステップ関数の鉛直  $n$  次モードの係数、 $S(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \sigma_n \hat{p}_n(z)$ 、である。 $c_n$  は、鉛直  $n$  次モードの固有値で速度の次元を持つ。次に、 $f$  面上で子午面方向に周期的な初期場  $u_i = \sin(ly)$  を与えると、

$$\tilde{\eta}_n = -\omega_n^{-2} f \sigma_n (1 - \cos \omega_n t) \sin ly \quad (3.10)$$

が得られる。ここで、 $\omega_n$  は鉛直  $n$  次モードの周波数で、分散関係式

$$\omega_n^2 = f^2 + l^2 c_n^2 \quad (3.11)$$

を満たす。この分散関係は、水平スケール  $l^{-1}$  に対する各モードのロスビー半径  $c_n/f$  の比で表され、高次モードほど  $c_n$  は小さいため、ロスビー半径も小さくなり周波数は  $f$  に近づき、 $l \rightarrow 0$  または  $c_n \rightarrow 0$  の極限では純粋な慣性流となる (運動方程式で圧力勾配項を 0 にした時の解)。次に、Gill (1984) は、各モードの流速が慣性流から 90 度位相がずれる時間、

$$t_n = \pi/2(\omega_n - f) \approx \pi f/l^2 c_n^2 \quad (3.12)$$

を混合層から下層にエネルギーが抜ける代表的な時間スケールと定義し、この比( $lc_n/f$ )が大きく(周波数が  $f$  より大きく) になって、位相のずれが早く起こる低次モードほど、混合層から下層に早くエネルギーが抜けていくと解釈した。一方、内部波の鉛直スケールが小さい高次モードは、混合層から下層にエネルギーが抜けるのに時間がかかることがわかる。このことは、(3.6) 式で、鉛直波数が大きい近慣性内部波の鉛直群速度は小さいことに一致する。ここで、高次モードは、内部波の鉛直スケールと伝播速度が小さいため、下層へ伝播する前に亜表層で混合過程によってエネルギーを散逸する可能性が示唆される。また、水平スケールが小さい台風が起こす慣性流の場合、水平波数  $l$  が大きくなることによって位相のずれが早く起こるため、下層へのエネルギー伝搬が素早く起こると考えられる(このことは、近慣性内部波の下層伝播の性質に、混合層深度の違いと相まって、季節性が存在することを示唆しているのかもしれない)。ここまでは、混合層から下層へのエネルギー伝搬を考察したが、Gill (1984) では水平方向への伝播や赤道  $\beta$  面での  $\beta$  効果による分散も議論している。

一方、D'Asaro (1989) では、 $\beta$  効果の影響を Gill (1984) とは異なった定式化を用いて調べている。深さ一定、ブシネスク近似と静水圧近似を仮定した方程式系で、(3.1) 式の水平方向の運動方程式を、

$$\frac{\partial u}{\partial t} - fv = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\tau_x}{\rho_0 H} Z(z) + \beta yv, \quad (3.13a)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + fu = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\tau_y}{\rho_0 H} Z(z) - \beta yu, \quad (3.13b)$$

と置き換え、風応力を体積力として陽に取り扱っている。ここで、 $Z(z)$  は体積力の鉛直分布関数、 $p$  は基準密度で割ったもので与えている。これらの方程式に対して、スケールングを行い無次元化し、異なる時間スケールの微小擾乱に関して展開し、近慣性流の流速の方程式を得ている。また、D'Asaro *et al.* (1995) では、Gill (1984) と同様に、初期条件で励起された慣性流を混合層内に与え(風応力を 0 とする)、鉛直モード展開を D'Asaro (1989) で求めた近慣性流の流速の方程式に適用し、 $f = f_0 + \beta y$  を用いて、

$$\frac{\partial \tilde{u}}{\partial t} = i \frac{c_n^2}{2f_0} \nabla_H^2 \tilde{u} + i(f(y) - f_0) \tilde{u}, \quad (3.14)$$

を導出している。ここで、 $\tilde{u}$  は、ゆっくり時間発展する流速場の複素表記を表す。この異なる時間スケールでの微小擾乱展開という概念は、背景場の海洋構造を近慣性内部波の振る舞いの定式化に取り込んだ Young and Ben-Jelloul (1997) も用いている(井上 (2017) の 2.2 節を参照)。

D'Asaro *et al.* (1995) は、海面漂流ブイ等の観測によって得られた混合層内の子午面方向の水平波数の時間変化が  $l \simeq -\beta t$  で表されることを示し、鉛直低次モードに起因する現象(気象擾乱後の最初の混合層内の慣性流のエネルギーの減衰)の時間スケール(嵐の約 10 日後)等のみが、水平波数への  $\beta$  効果を考慮した線形モデルで再現されることを示唆した。しかしながら、線形モデルは、最終的な混合層内の慣性流のエネルギーの減衰時間(嵐の約 21 日後)や流速の鉛直シアの強さ等の高次モードに起因する現象の再現性が悪いことも示している。高次モードの再現性が低いことから、時間スケールの不一致の原因として、流速シアに伴う乱流混合過程によるエネルギー散逸の欠如(上の定式化は非粘性モデルであることを注意)や背景流の影響等が考察された(D'Asaro, 1995b; D'Asaro, 1995c)。ここでは定式化の詳細は述べないが、同じ特集号内で、Zervakis and Levine (1995) と Levine and Zervakis (1995) は、 $\beta$  効果を含んだ Gill (1984) モデルに経度方向の構造をフーリエ変換によって導入したモデルを構築し、Ocean Storms Experiment のデータと比較し、こちらも低次モードに起因する基本的な構造(初期のエネルギーの減衰)の再現に成功している。また、粘性効果の追加で近慣性内部波のビーム構造の再現性が良くなることを数値モデルで確認している。また、Zervakis and Levine (1995) では鉛直モードとレイ方程式の関係の定式化も行っている。

最後に、Ocean Storms Experiment は、気象擾乱に伴う混合層内の慣性流のエネルギーの減衰過程についての北東太平洋での局所的なプロセススタディであるが、Park *et al.* (2009) では、海面ドリフターから得られた流速データの時間方向の相関の e-folding スケールを用いて、混合層内の慣性流のエネルギーの減衰時間の全球

マッピングを行っている。この解析では、北太平洋では減衰時間が緯度と共に増加するのに対し北大西洋ではこの依存性が見られず、北太平洋と北大西洋の北緯40度以北における平均減衰時間に最大1週間の違いが見出された。そこで、近慣性内部波の鉛直伝播モデル (Moehlis and Smith (2001), Young and Ben-Jelloul (1997) モデルの背景流が無いタイプ) の解析解を用い、この違いを北大西洋の成層の南北変化が  $\beta$  効果による減衰時間の南北変化を補償するためと説明している。また、Furuichi *et al.* (2008) は、全球海洋大循環モデルを8日より短い周期の風応力で駆動し近慣性周期内部波を発生させ、その結果に鉛直モード展開を適用し、各モードのエネルギー収支を求めた。そして、海面で励起された近慣性周期内部波のエネルギーの大部分が亜表層で散逸し、そのエネルギーの15-25%が、低次モードの近慣性周期内部波として150 m以深に到達することを見出している (Furuichi *et al.* (2008) の Fig. 11 参照)。

### 3.2. レイ方程式

Garrett (2001) は、フロントや渦の影響を考えない外洋 (主に中緯度) での、海面起源の近慣性内部波の長距離に渡る子午面伝播を、 $\beta$  面上のレイ方程式を用いて考察した。この場合、レイ方程式は、波数に関する3個の方程式、

$$\frac{dk}{dt} = -\frac{\partial\omega}{\partial x'}, \quad (3.15a)$$

$$\frac{dl}{dt} = -\frac{\partial\omega}{\partial y'}, \quad (3.15b)$$

$$\frac{dm}{dt} = -\frac{\partial\omega}{\partial z'}, \quad (3.15c)$$

と波の位置に関する3個の方程式、

$$\frac{dx}{dt} = \frac{\partial\omega}{\partial k} = C_g^x, \quad (3.16a)$$

$$\frac{dy}{dt} = \frac{\partial\omega}{\partial l} = C_g^y, \quad (3.16b)$$

$$\frac{dz}{dt} = \frac{\partial\omega}{\partial m} = C_g^z, \quad (3.16c)$$

計6個の方程式を用いて表される。成層を  $N = N_0 e^{z/b}$  で与え、分散関係 (3.5) を用いると、(3.15) から  $\beta$  面での子午面方向の波数の時間変化は、

$$\frac{dl}{dt} = -\frac{\beta f}{\omega} \quad (3.17)$$

となる。ここで、 $f \simeq \omega$  とすると、 $l \simeq l_0 - \beta t$  となり、3.1節と同じ結果が得られる (D'Asaro *et al.*, 1995; Zervakis and Levine, 1995)。ここで、 $l_0$  は初期値で、近慣性内部波は時間とともに水平スケールを減少させながら赤道方向へ伝播する ( $l < 0$ ) ことを示唆している。鉛直波数の時間変化は、

$$\frac{dm}{dt} = -\frac{N(k^2+l^2)}{m^2\omega} \frac{dN}{dz} = \frac{m}{N} \frac{dN}{dz} \frac{dz}{dt} \quad (3.18)$$

と表される。ここで、WKB近似によるストレッチ座標系での鉛直モード展開を用いると、各鉛直  $n$  次モードでの鉛直波数は  $m = n\pi N/N_0 b$  となり (例えば、Olbers (1983) の3.1節や Gill (1982) の8.12.2節を参照)、各モードをレイ方程式で取り扱えることが分かる。しかしながら、低次モードでは、場の変化の鉛直スケールが波の鉛直スケールに近づくため WKB 近似が破綻し、レイ方程式は厳密には成立しなくなる (例えば、Gill (1982) の8.12節や Gerkema and Zimmerman (2008) の6章を参照)。また、分散関係に経度方向の依存性はないため、経度方向の波数は時間変化しない。

Garrett (2001) では、波の位置の方程式 (3.16) の幾何学的考察 ( $dy/dz$  とその鉛直積分) から、海面を発したレイが海底に到達するまでの時間とそれまでの子午面方向の移動距離を求め、 $\omega$  (一定値) とこの地点での局所的なコリオリ周波数を比較し、近慣性の“近”の意味を考察した。またこの議論の中で、子午面伝播する波の  $\omega$  が局所的なコリオリ周波数の2倍になり parametric subharmonic instability (PSI) とよばれる非線形相互作用が起こる緯度 (Nagasawa *et al.*, 2000) までに到達する時間と、波が海底に到達するまでの時間との比較を行い、PSI 緯度に到達する前に、波は海底と海面の間を何度か行き来し、反射や散乱の影響を受けうること示唆した。ただし、ここでの定式化では、深層で卓越する低次モードへのレイ方程式の適用に問題があることから、実際の

程度のエネルギーが PSI 緯度に到達するかは定量化できないと考えられる。海面反射に関しては、先に紹介した Plueddemann and Farrar (2006) の係留観測でも下層から混合層への近慣性内部波のエネルギー伝搬の様子が捉えられている。また、子午面方向の波数の初期値が  $l > 0$  の場合、近慣性内部波は極向きに伝播し、この極向き伝播する内部波の周波数が局所的なコリオリ周波数より小さくなるとそれより先に内部波が伝播できなくなり ( $l = 0, C_g^y = 0$ )、この緯度から赤道に向きを変える (ただしレイ方程式の適用範囲に限界もある) こと、そして、この緯度を turning latitude (例えば, Fu, 1981; Munk, 1981) と呼ぶことにも触れている。また, Garrett (2001) のレイ方程式の適用範囲外とされた赤道域での近慣性内部波の伝播に関しては, Non-traditional  $\beta$  効果 (コリオリ力が東西・鉛直方向の運動方程式に追加される) の考察が行なわれている (例えば Gerkema and Shrira, 2005; Gerkema and Zimmerman, 2008)。

#### 4. 終わりに

以上から、主に中緯度帯において気象擾乱等で励起され、海洋表層から赤道に向かって水平伝播する近慣性内部波は、伝播に伴って水平スケールを減少させながら深層へ鉛直伝播する。鉛直伝播していく近慣性内部波は、海底 (もしかしたら海面) での反射・散乱・境界層過程、もしくは内部波同士の相互作用によって、その性質を変化させていくが、エネルギーカスケードへの定量的な相対的重要性は不明である、と言えるかもしれない。この推測を踏まえた今後の研究の可能性については、渦や海流等の背景流が存在する海洋を伝播する近慣性内部波の定式化についての総説である井上 (2017) において議論する。また、近慣性内部波の全球分布とその深層循環への役割については丹羽 (2017) を、観測研究や様々な励起過程による近慣性内部波の総論については Alford *et al.* (2016) を、近慣性内部重力波の中・深層における散逸過程については日比谷 (2009) を参照されたい。

#### 謝 辞

この総説は、MEXT KAKENHI JP15H05818 の助成を

受けて行われました。大変貴重な機会を与えて頂いた安田一郎教授に感謝致します。また、渡辺路生博士、古市尚基博士、吉川裕博士、丹羽淑博博士、細田滋毅博士、2名の査読者から有益なコメントを頂きました。感謝致します。

#### References

- Alford, M. H. (2001): Internal swell generation: The spatial distribution of energy flux from the wind to mixed layer near-inertial motions. *J. Phys. Oceanogr.*, **31**, 2359–2368.
- Alford, M. H. (2003): Improved global maps and 54-year history of wind-work on ocean inertial motions. *Geophys. Res. Lett.*, **30**, 1424–1427.
- Alford, M. H., J. A. MacKinnon, H. L. Simmons, and J. D. Nash (2016): Near-inertial internal gravity waves in the ocean. *Annual Review of Marine Science*, **8**, 95–123.
- Chaigneau, A., O. Pizarro, and W. Rojas (2008): Global climatology of near-inertial current characteristics from Lagrangian observations. *Geophys. Res. Lett.*, **35**, L13603.
- D'Asaro, E. A. (1985): The energy flux from the wind to near-inertial motions in the mixed layer. *J. Phys. Oceanogr.*, **15**, 1043–1059.
- D'Asaro, E. A. (1989): The decay of wind-forced mixed layer inertial oscillations due to the  $\beta$ -effect. *J. Geophys. Res.*, **94**, 2045–2056.
- D'Asaro, E. A., C. C. Eriksen, M. A. Levine, P. Niiler, C. A. Paulson, and P. van Meurs (1995): Upper ocean inertial currents forced by a strong storm. Part I: Data and comparisons with linear theory. *J. Phys. Oceanogr.*, **25**, 2909–2936.
- D'Asaro, E. A. (1995a): A Collection of Papers on the Ocean Storms Experiment. *J. Phys. Oceanogr.*, **25**, 2817.
- D'Asaro, E. A. (1995b): Upper ocean inertial currents forced by a strong storm. Part II: Modelling. *J. Phys. Oceanogr.*, **25**, 2937–2952.
- D'Asaro, E. A. (1995c): Upper-ocean inertial currents forced by a strong storm. Part III: Interaction of inertial currents and mesoscale eddies. *J. Phys. Oceanogr.*, **25**, 2953–2958.
- Elipot, S., R. Lumpkin, and G. Prieto (2010): Modification of inertial oscillations by the mesoscale eddy field. *J. Geophys. Res.*, **115**:C09010
- Fu, L. L. (1981): Observations and models of inertial waves in the deep ocean. *Rev. Geophys. Space Phys.*, **19**, 141–170.
- Furuichi N., T. Hibiya, and Y. Niwa (2008): Model predicted distribution of wind-induced internal wave energy in the world's oceans. *J. Geophys. Res.*, **113**: C09034
- Garrett, C. (2001): What is the “near-inertial” band and why is it different from the rest of the internal wave spectrum? *J. Phys. Oceanogr.*, **31**, 962–971.
- Gerkema, T., and V. Shrira (2005): Near-inertial waves on the nontraditional  $\beta$  plane. *J. Geophys. Res.*, **110**, C01003, doi: 10.1029/2004JC002519.
- Gerkema, T., and J. T. F. Zimmerman (2008): An introduction to internal waves. <https://retired.nioz.nl/files/upload/users/258010/book.pdf> (最終閲覧: 2017年7月13日)
- Gill, A. E. (1982): *Atmosphere-Ocean Dynamics*. Academic Press.
- Gill, A. E. (1984): On the behavior of internal waves in the wake of a storm. *J. Phys. Oceanogr.*, **14**, 1129–1151.

- 日比谷紀之 (2009): 海洋の中・深層における鉛直拡散強度の全球分布に関する理論的・観測的研究, *海の研究*, **18**, 115–134.
- 井上龍一郎 (2017): 海上風により励起された近慣性内部重力波の背景流が存在する海洋中への伝播に関する理論研究, *海の研究*, **26**, 227–237.
- Klein, P., and B. L. Hua (1988): Mesoscale heterogeneity of the wind-driven mixed layer: Influence of a quasigeostrophic flow. *J. Mar. Res.*, **46**, 495–525.
- Levine M. D., and V. Zervakis (1995): Near-inertial wave propagation into the pycnocline during ocean storms: Observations and model comparison. *J. Phys. Oceanogr.*, **25**, 2890–2908.
- Meyers, P. (2009): Dispersion of energy from the mixed layer due to near-inertial waves. <https://www.rsmas.miami.edu/users/pmeyers/docs/NearInertialWaves.pdf> (最終閲覧: 2017年7月7日)
- Mickett, J. B., Y. L. Serra, M. F. Cronin, and M. H. Alford (2010): Resonant forcing of mixed layer inertial motions by atmospheric easterly waves in the Northeast Tropical Pacific. *J. Phys. Oceanogr.*, **40**, 401–416.
- Moehlis, J., and S. G. L. Smith (2001): Radiation of mixed layer near-inertial oscillations into the ocean interior. *J. Phys. Oceanogr.*, **31**, 1550–1560.
- Munk, W. H. (1966): Abyssal recipes. *Deep-Sea Res.*, **13**, 707–730.
- Munk, W. H. (1981): Internal waves and small-scale processes, p.264–291. In *Evolution of Physical Oceanography*, edited by B. A. Warren and C. Wunsch, MIT Press, Cambridge, Mass.
- Munk, W. H., and C. Wunsch (1998): Abyssal recipes II: Energetics of tidal and wind mixing. *Deep-Sea Res. Part I*, **45**, 1977–2010.
- Nagasawa, M., Y. Niwa, and T. Hibiya (2000): Spatial and temporal distribution of the wind-induced internal wave energy available for deep water mixing in the North Pacific. *J. Geophys. Res.*, **105**, 13933–13943.
- Nilsson, J. (1995): Energy flux from traveling hurricanes to the oceanic internal wave field. *J. Phys. Oceanogr.*, **25**, 558–573.
- 丹羽淑博 (2017): 海洋深層の乱流混合過程に供給される内部波エネルギーのグローバル分布に関する研究の進展と課題, *海の研究*, **26**, 175–188.
- Olbers, D. J. (1983): Models of the oceanic internal wave field. *Rev. Geophys.*, **21**, 1567–1606.
- Park, J. J., K. Kim, and B. A. King (2005): Global statistics of inertial motions. *Geophys. Res. Lett.*, **32**, L14612, doi:10.1029/2005GL023258.
- Park, J. J., K. Kim, and R. W. Schmitt (2009): Global distribution of the decay timescale of mixed layer inertial motions observed by satellite-tracked drifters. *J. Geophys. Res.*, **114**, C11010, doi: 10.1029/2008JC005216.
- Plueddemann A. J. and J. T. Farrar (2006): Observations and models of the energy flux from the wind to mixed-layer inertial currents. *Deep-Sea Res. Part II*, **53**, 5–30.
- Pollard, R. T., and R. C. Millard (1970): Comparison between observed and simulated wind-generated inertial oscillations. *Deep-Sea Res.*, **17**, 153–175.
- Simmons, H. L., and M. H. Alford (2012): Simulating the long-range swell of internal waves generated by ocean storms. *Oceanogr.*, **25**, 30–41.
- Thomas, L. N., J. R. Taylor, E. A. D'Asaro, C. M. Lee, J. M. Klymak, and A. Shcherbina (2016): Symmetric instability, inertial oscillations, and turbulence at the Gulf Stream front. *J. Phys. Oceanogr.*, **46**, 197–217.
- Watanabe, M., and T. Hibiya (2002): Global estimates of the wind-induced energy flux to inertial motions in the surface mixed layer. *Geophys. Res. Lett.*, **29**, 1239, doi: 10.1029/2001GL04422.
- Weller, R. A. (1982): The relation of near-inertial motions observed in the mixed layer during the JASIN (1978) experiment to the local wind stress and to quasi-geostrophic flow field. *J. Phys. Oceanogr.*, **12**, 1122–1136.
- Whitt, D. B., and L. N. Thomas (2015): Resonant generation and energetics of wind-forced near-inertial motions in a geostrophic flow. *J. Phys. Oceanogr.*, **45**, 181–208.
- Young, W. R., and M. Ben-Jelloul (1997): Propagation of near-inertial oscillations through a geostrophic flow. *J. Mar. Res.*, **55**, 735–66.
- Zervakis, V., and M. D. Levine (1995): Near-inertial energy propagation from the mixed layer: Theoretical considerations. *J. Phys. Oceanogr.*, **25**, 2872–2889.



# A review of wind-induced near-inertial gravity waves: Their generation and propagation in the ocean

Ryuichiro Inoue\*

## Abstract

Near-inertial internal gravity waves radiating from the surface mixed layer propagate into the deep ocean and ultimately dissipate. In this review (Part 1), I introduce how those processes are formulated, focusing on an excitation of inertial oscillation and a propagation of internal waves without background flow.

**Key words** : inertial oscillation, near-inertial internal gravity wave, vertical normal mode expansion, Ray equation

(Corresponding author's e-mail address : rinoue@jamstec.go.jp)

(Received 3 August 2016 ; accepted 21 March 2017)

(Copyright by the Oceanographic Society of Japan, 2017)

---

\* Research and Development Center for Global Change,  
Japan Agency for Marine-Earth Science and Technology (JAMSTEC)  
2-15 Natsushima-cho, Yokosuka 237-0061, Japan  
TEL: +81468679834 FAX: +81468679835  
e-mail: rinoue@jamstec.go.jp

